

РЕШЕНИЕ ЗАДАНИЙ ДЛЯ 7 КЛАССА

Задание 1. ABC – произвольный треугольник, в котором проведены три медианы (рис. 1). В каком отношении точка O – пересечения медиан делит медиану AM_A ? Как объяснить результаты эксперимента, представленного на рисунке 1?

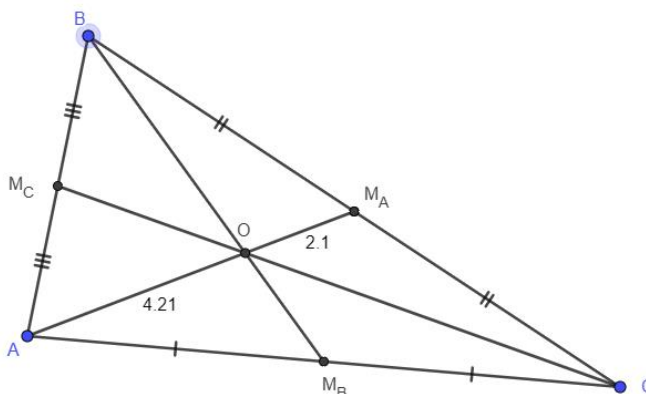


Рисунок 1

Баллы	Критерии (7 класс)
1	Теорема не сформулирована, но сделан вывод о том, что результаты измерения отрезков неверны
3	Теорема не сформулирована или сформулирована неточно, сделан вывод о том, что текущие значения длин отрезков противоречат этой теореме, приведены примеры подтверждающие справедливость теоремы
5	Правильно сформулирована теорема о пересечении медиан. Сделан вывод о том, что текущие значения длин отрезков противоречат этой теореме, но причина появления ошибки не названа или названа неверно
8	Правильно сформулирована теорема о пересечении медиан. Сделан вывод о том, что текущие значения длин отрезков противоречат этой теореме. Названа погрешность округления в качестве причины появления ошибки

Решение задания 1.

Эксперимент направлен на проверку или иллюстрацию теоремы о том, что медианы треугольника точкой пересечения делятся в отношении 2:1, считая от вершины. Результаты эксперимента, представленного на рисунке 1, противоречат этой теореме. Причиной появления ошибки служит погрешность округления.

Задание 2.

На сковородке помещаются 3 кусочка хлеба. Чтобы обжарить кусочек с одной стороны требуется 2 минуты. Какое наименьшее время потребуется, чтобы обжарить с двух сторон 4 кусочка?



Баллы	Критерии (7 класс)
3	Дан неверный ответ, но представлено описание рассуждений
6	Дан верный ответ без обоснований
10	Дан верный ответ с описанием рассуждений

Решение задания 2.

Сначала обжариваем три кусочка с одной стороны в течение 2 минут, затем два кусочка переворачиваем, а один кусочек заменяем на тот, который еще не был обжарен. После 2 минут два кусочка полностью готовы, остается обжарить два кусочка с одной стороны. Значит, наименьшее время, которое потребуется, чтобы обжарить четыре кусочка с двух сторон, равно 6 минут.

Ответ: 6 минут

Задание 3.

В квадрате 5x5 есть живые  и неживые  клетки, которые расположены так, как показано на рисунке 2. Если неживая клетка касается своими сторонами не менее трёх живых, то она оживает, если живая клетка касается не менее трёх неживых клеток – умирает, в остальных случаях клетки сохраняют своё состояние. Пример смены состояний представлен на рисунке 3.

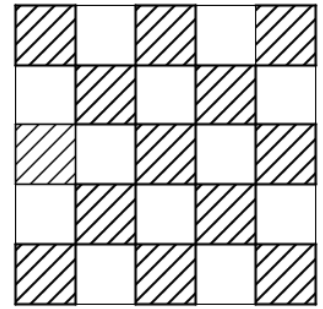


Рисунок 2

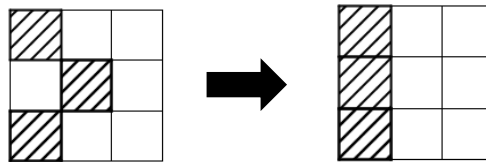


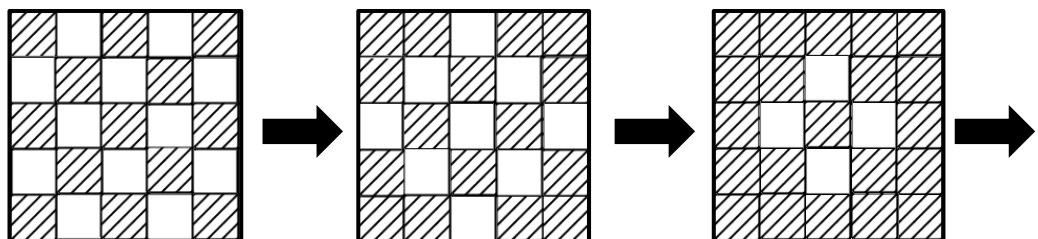
Рисунок 3

Стабильным называется квадрат, в котором все клетки не меняют своего состояния. Может ли данный квадрат стать стабильным? Если да, то сколько для этого потребуется переходов (смен состояний клеток), и как будет выглядеть такой квадрат? Обоснуйте ответ.

Баллы	Критерии (7-9 классы)
1	Представлен рисунок, демонстрирующий смену состояний клеток, но в нем допущены ошибки
5	Представлен верный ответ о количестве переходов, но не представлен рисунок
10	Дан верный ответ о количестве переходов и представлен рисунок, демонстрирующий смену состояний клеток, или последний квадрат

Решение задания 3.

Смена состояний клеток представлена на рисунке 4.



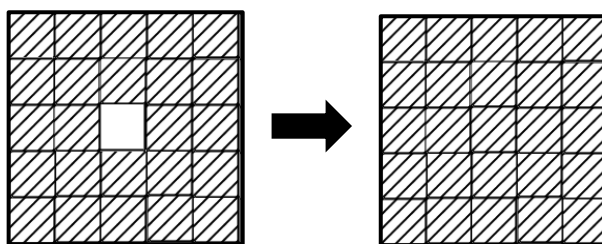


Рисунок 4

Ответ: 4 перехода

Задание 4.

В графическом окне GeoGebra (Живая геометрия, Математический конструктор и т.п.) постройте угол BAC и отметьте точку D , находящуюся внутри этого угла (рис. 5). Найдите самый короткий алгоритм построения отрезка, соединяющего стороны угла BAC , чтобы получился треугольник, для которого точка D является точкой пересечения серединных перпендикуляров. В качестве ответа представьте протокол построения.

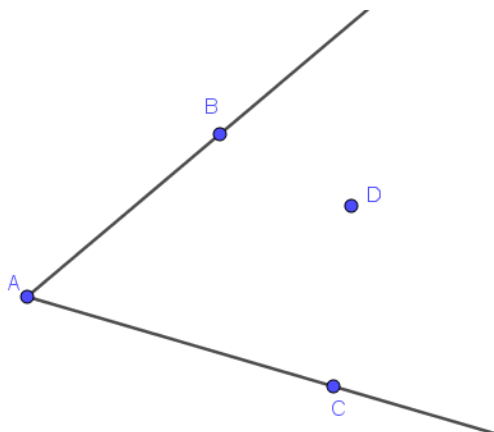


Рисунок 5

Баллы	Критерии (7 класс)
5	Правильно построен искомый отрезок для частного случая. Чертеж не является динамически устойчивым
15	Все построения правильны, но алгоритм не самый короткий
20	Все построения правильны, найден самый короткий алгоритм построения

Решение задания 4.

Самый короткий алгоритм построения отрезка, соединяющего стороны угла BAC , чтобы получился треугольник, для которого точка D является точкой пересечения серединных перпендикуляров, следующий:

- 1) построить окружность с центром в точке D и радиусом AD ;
- 2) отметить точку пересечения окружности с лучом AC (точка E);
- 3) отметить точку пересечения окружности с лучом AB (точка F);
- 4) построить отрезок EF .

Протокол построений представлен на рисунке 6.

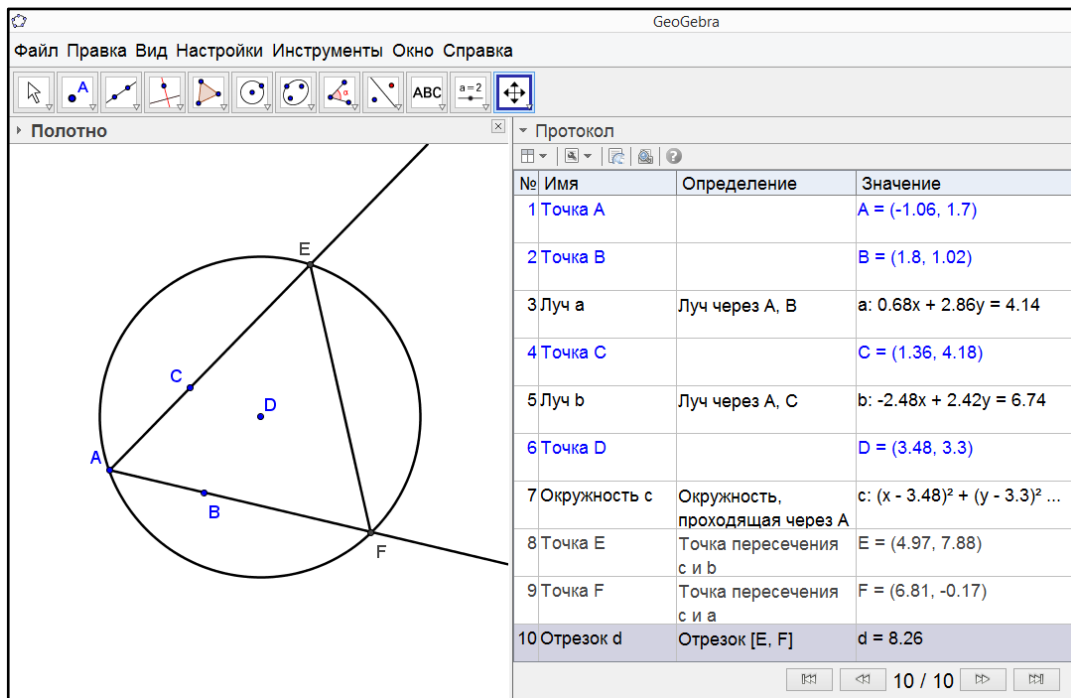


Рисунок 6

Обоснование: центр окружности, описанной около треугольника, является точкой пересечения серединных перпендикуляров к сторонам треугольника (рисунок 7).

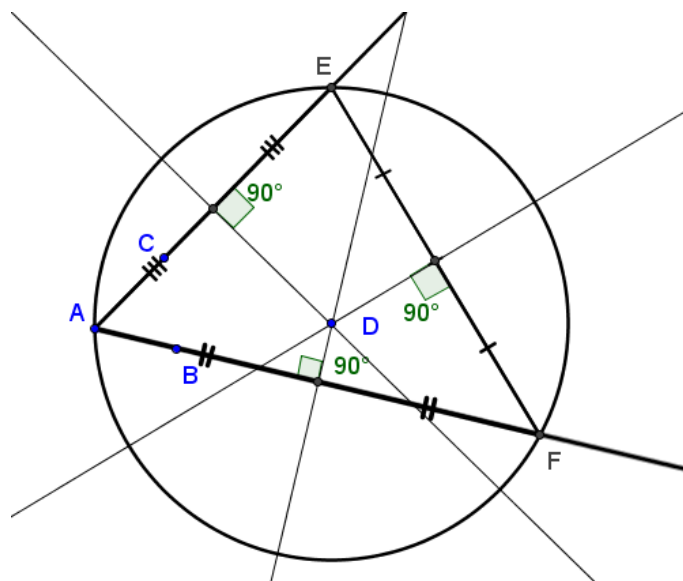


Рисунок 7

Задание 5 (Задача предложена А.И. Сгибневым).

Дан квадратный лист бумаги ABCD со стороной квадрата a . Отметьте на стороне CD произвольную точку K и сложите лист по линии AK. Отметьте точку E, в которую перейдет точка D. Теперь перегните лист по такой прямой AL, чтобы точка B перешла в отмеченную точку E. Найдите угол LAK. Найдите периметр треугольника KLC. Зависит ли ответ от выбора точки K? Ответ обоснуйте.

Баллы	Критерии (8 класс)
5	Представлен чертеж или результаты эксперимента с квадратным листом бумаги, но при этом допущены ошибки
15	Задача решена экспериментально, но нет обоснования полученных результатов
20	Задача решена частично, найден угол или периметр треугольника, представлено обоснование
30	Задача решена, представлено доказательство всех ключевых моментов решения

Решение задания 5.

Искомый угол KAL – может быть найден как сумма углов $KAЕ$ и EAL (рис. 8). Эти углы соответственно равны углам DAK и BAL (по свойствам равнобедренного треугольника). Сумма всех четырех углов равна 90° , следовательно, $KAL=45^\circ$. Величина угла KAL не зависит от выбора точки K .

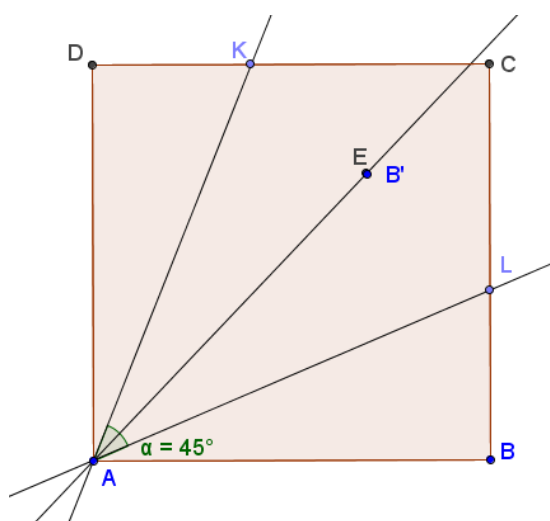


Рисунок 8

Так как $DK=KE$ и $EL=LB$, то длина стороны KL треугольника KLC равна сумме длин отрезков DK и LB , тогда периметр треугольника KLC равен $DC+CB=2a$, а значит также не зависит от выбора точки K на стороне CD .

Ответ: 45° , $2a$, не зависит.

Задание 6.

Изменяя чертеж к задаче №5, составьте как можно больше новых задач. Формулировки своих задач можно записать или на листе бумаги, или в графическом окне GeoGebra (Живая геометрия, Математический конструктор и т.п.) с помощью инструмента «Надпись».

Баллы	Критерии (7-9 класс)
Оценивается каждая составленная задача отдельно. Баллы суммируются.	
1	Сформулированная задача не связана с задачей 5. Формулировка задачи не полная
3	Сформулированная задача не связана с задачей 5. Формулировка задачи полная и корректная
5	Сформулированная задача связана с задачей 5. Формулировка задачи не полная

8	Сформулированная задача связана с задачей 5. Формулировка задачи полная и корректная. Но, формулировка получена путем логического преобразования условия задачи
10	Сформулированная задача связана с задачей 5. Формулировка задачи полная и корректная. Формулировка получена путем преобразования чертежа

Пример задачи, которая могла бы быть составлена:

Дан квадратный лист бумаги ABCD со стороной квадрата a . На стороне CD отметьте точку K так, чтобы она делила CD **в отношении 2:1**, сложите лист по линии AK. Отметьте точку E, в которую перейдет точка D. Теперь перегните лист по такой прямой AL, чтобы точка B перешла в отмеченную точку E. Найдите угол LAK. Найдите периметр треугольника KLC. Ответ обоснуйте.