ЗАДАНИЯ ДЛЯ 7 КЛАССА

Задание 1 (*Задача предложена А.В. Ястребовым*). Сформулируйте математическое утверждение, которое ставит под сомнение представленные на рисунке 1 результаты эксперимента. Нужно ли считать это математическое утверждение неверным на основании полученных данных? Объясните, почему.

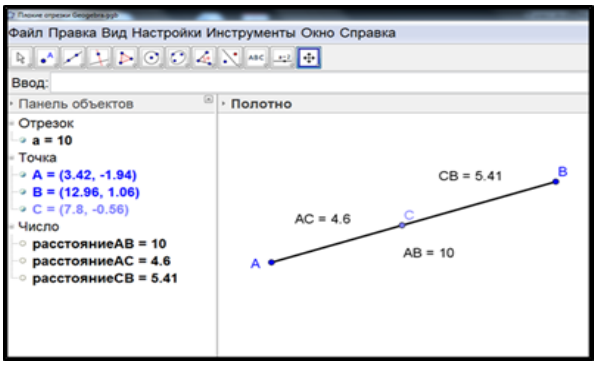

Рисунок 1

Баллы	Критерии
1	Утверждение не сформулировано и не названо. Имеется утверждение о том, что результаты эксперимента являются ошибочными, но никаких аргументов не приведено.
3	Правильно сформулировано утверждение и/или записана соответствующая формула. Возможно, утверждение не сформулировано, но использовано как основа рассуждений. Сделан вывод о том, что представленный на рисунке результат эксперимента является ошибочным, но причина ошибки названа неверно.
5	*1 случай.* Правильно сформулировано утверждение и/или записана соответствующая формула. Возможно, утверждение не сформулировано, но использовано как основа рассуждений. Сделан вывод о том, что представленный на рис. 1 результат эксперимента не является контрпримером для этого утверждения, но причины его появления не названы. *2 случай.* Сформулировано утверждение и/или записана соответствующая формула. Сделан вывод о том, что представленный на рисунке результат эксперимента является ошибочным, но причина ошибки не названа.
8	Правильно сформулировано утверждение и/или записана соответствующая формула. Сделан вывод о том, что представленный на рис. 1 результат эксперимента не является контрпримером для этого утверждения. Названы возможные причины появления такого результата – погрешность округления (допускается указание в качестве причины погрешности измерения).

Решение задания 1.

Так как $AB = AC + CB$, представленный на рис. 1 результат эксперимента неверный. Причина такого результата объясняется погрешностью округления.

Задание 2. На рис. 2 изображен вечный календарь. Цифры на кубиках служат для записи чисел от 01 до 31 (любой день месяца). Какие цифры размещены на каждом из кубиков?

Рисунок 2

Баллы	Критерии
3	Сформулирована или представлена на эскизах кубиков только одна идея из трех.
6	Сформулировано или представлено на эскизах кубиков только две идеи из трех.
10	Сформулированы три ключевых идеи: цифры 1 и 2 должны быть на обоих кубиках; цифра 0 должна быть на обоих кубиках; для записи 6 и 9 достаточно одной цифры. Идеи могут быть представлены перечнем цифр на обоих кубиках.

Решение задания 2.

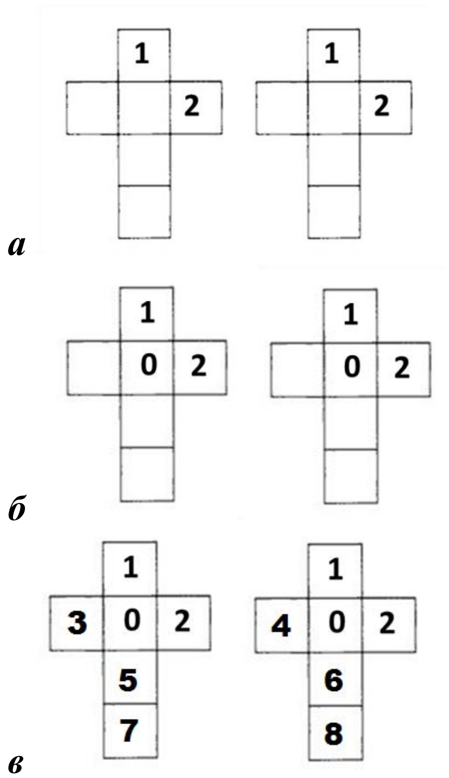

Рисунок 3

Идея первая: Цифры 1 и 2 должны быть на каждом из кубиков, так как они должны стоять в паре с каждой из оставшихся цифр (например, 11, 12, 13 и т.д.). См. рис. 3*а*.

Вторая идея: Цифра 0 также должна быть на каждом из кубиков, так как должна быть в паре с каждой из оставшихся цифр (например, 01, 10, 02, 20 и т.д.). См. рис. 3*б*.

Дальше выставляем оставшиеся цифры на гранях кубов в произвольном порядке: 3,4,5,6,7,8.

Остается последняя цифра — 9, а свободных граней нет (рис. 3*в*).

Третья идея: Для цифры 9 можно использовать цифру 6, нужно только перевернуть кубик.

Задание 3. Предложите как можно больше способов перегибания квадратного листа бумаги, в результате которого квадрат линиями сгиба разделится на три равновеликие фигуры (то есть фигуры равные по площади). Обоснуйте правильность построений.

Баллы	Критерии (7 -9 классы)
1	Представлен только один способ перегибания без описания и обоснования
3	Представлен и описан только один способ перегибания, без обоснования
5	Предложен один способ перегибания с доказательством.
8	Представлено несколько способов перегибания, но без описания и доказательства.
10	Представлено несколько способов перегибания, некоторые из которых доказаны.
15	Представлено несколько способов перегибания, все приведены с доказательством.

Решение задания 3.

Идея первая: Первая линия сгиба отделяет от квадрата прямоугольник со стороной, равной 1/3 стороны квадрата. Вторая — делит большую часть пополам, эта линия должна пройти через центр прямоугольника (рис. 4).

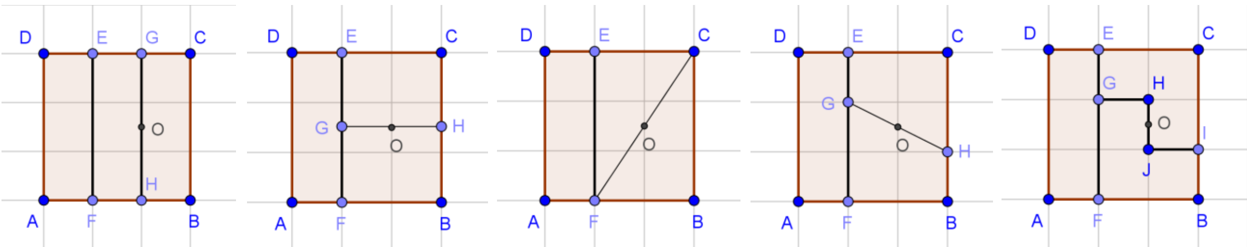

Рисунок 4

Вторая идея: Мысленно делим квадрат диагональю на 2 равных треугольника или прямоугольника. Далее каждую часть — на 3 равновеликих части (рис. 5).

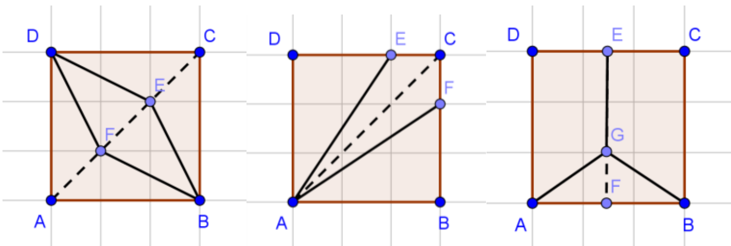

Рисунок 5

Третья идея: Находим центр квадрата. Далее сгибаем квадрат по линиям, расположенным друг к другу под углом 120° (рис. 6).

Четвертая идея: Вычисляем площадь квадрата — *S*. Отделяем от квадрата часть, площадь которой равна *S*/3. Повторяем деление еще раз (рис. 7).

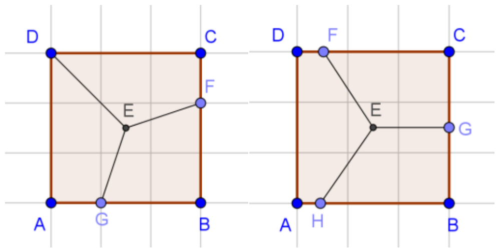

Рисунок 6

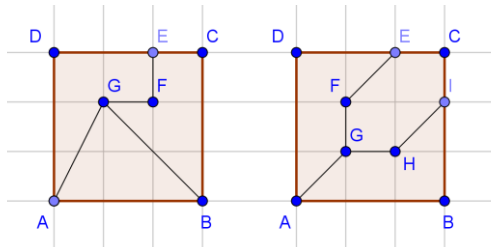

Рисунок 7

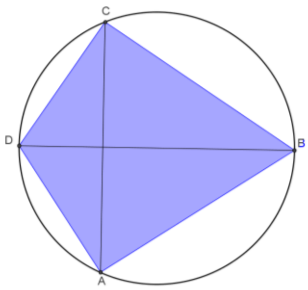

Рисунок 8

Задание 4. Постройте в графическом окне GeoGebra (Живая геометрия, Математический конструктор и т.п.) четырехугольник *ABCD*, все вершины которого лежат на окружности с диаметром *BD*, а диагонали перпендикулярны (рис. 8). Экспериментально установите как можно больше свойств такого четырехугольника и перечислите их (в ходе эксперимента меняйте положение тех элементов чертежа, которые выбраны произвольно).

Баллы	Критерии (7 класс)
1	Построен четырехугольник, вписанный в окружность, но остальные свойства не являются динамически устойчивыми.
5	Построен четырехугольник, вписанный в окружность. Одна из его диагоналей – диаметр этой окружности. Однако, перпендикулярность диагоналей этого четырехугольника не определена чертежом (не устойчива).
10	Построение правильное, все указанные в условии задачи свойства являются динамически устойчивыми. Однако ни одного дополнительного свойства такого четырехугольника не указано.
15	Построение правильное, все указанные в условии задачи свойства являются динамически устойчивыми. Сформулировано одно или несколько дополнительных свойств, но обоснования их не приведены.
20	Построение правильное, все указанные в условии задачи свойства являются динамически устойчивыми. Сформулировано одно или несколько дополнительных свойств, которые сопровождены доказательством.

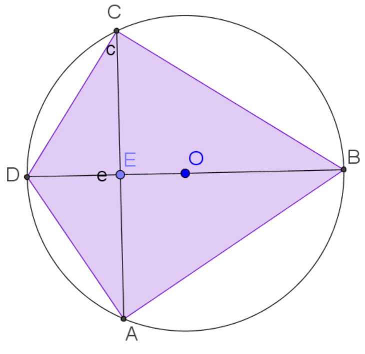

Рисунок 9

Решение задания 4.

Построить окружность. Через её центр *O* провести прямую и отметить точки пересечения с окружностью. Скрыть прямую, провести отрезок *BD*.

Взять на этом отрезке точку *E* с помощью инструмента Точка на объекте. Провести через эту точку прямую, перпендикулярную к отрезку *BD*.

Найти точки пересечения этой прямой с окружностью. Скрыть прямую и провести отрезок *AC*.

С помощью инструмента Многоугольник построить 4-угольник $ABCD$ (рис. 9).

Свойства:

1. Углы, опирающиеся на диаметр окружности, равны 90°.
2. Сумма углов четырехугольника, не являющихся прямыми, равна 180°.
3. Треугольники ADC и ABC – равнобедренные ($CD=AD$, $CB=AB$)
4. Четырехугольник, вершины которого являются серединами сторон данного четырехугольника, является прямоугольником (рис. 10).
5. Средние линии четырехугольника равны, точкой пересечения делятся пополам, и эта точка лежит на диагонали (рис. 10).
6. Средняя линия четырехугольника равна половине корня квадратного из суммы квадратов диагоналей.
7. Длины отрезков, на которые делятся диагонали своей точкой пересечения, относятся как квадраты сторон.
8. Произведение длин диагоналей равно удвоенному произведению его противоположных сторон.
9. В четырехугольнике $ABCD$ ($AB=BC$) сумма радиусов окружностей, вписанных в треугольники ABC и ACD, равна удвоенному радиусу окружности, вписанной в ABD.

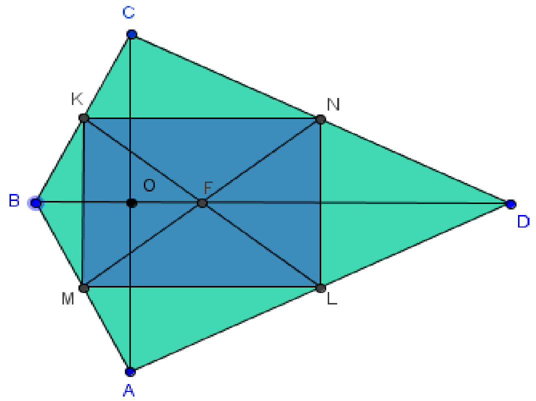

Рисунок 10

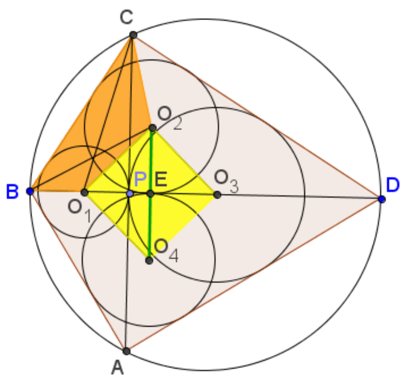

Рисунок 11

Задание 5. *(Задача предложена Р. Николаевым).*

Дан треугольник ABC. Из точки C проведена высота CC_1. Пусть $AC_1=x$. Для каких x площадь треугольника AC_1C не превышает произведения 2016 на площадь треугольника C_1BC?

Баллы	Критерии (7 класс)
5	Составлено неравенство в соответствии с требованием задачи, но не выявлена вариативность ситуации. Задача не решена ни для одного из возможных случаев. Прикидка результата на основе компьютерного эксперимента не сделана либо сделана неверно.
10	Составлено неравенство в соответствии с требованием задачи, но не выявлена вариативность ситуации. Задача не решена ни для одного из возможных случаев. Сделана прикидка результата на основе компьютерного

	эксперимента для одного случая.
15	Составлено неравенство в соответствии с требованием задачи, выявлена вариативность ситуации. Задача решена ни для одного из возможных случаев. Сделана прикидка результата на основе компьютерного эксперимента для одного случая.
20	Составлено неравенство в соответствии с требованием задачи, не выявлена вариативность ситуации. Задача решена для одного из возможных случаев.
25	Составлено неравенство в соответствии с требованием задачи, выявлена вариативность ситуации. Задача решена только для одного из возможных случаев.
30	Задача решена для всех типов треугольников.

Решение задания 5.

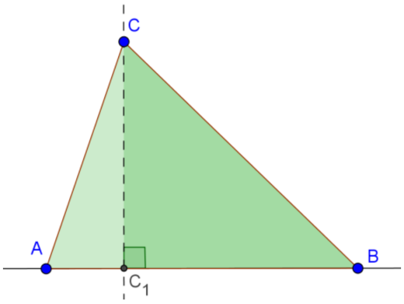

Рисунок 11

1 случай: C_1 лежит на отрезке AB.

$$S_{AC_1C}=\frac{1}{2}xh\le 2016\cdot S_{C_1BC}=\frac{1}{2}(AB-x)$$

$\frac{x}{AB-x}\le 2016$, $2017\cdot x\le 2016\cdot AB$, откуда

$\frac{x}{AB}\le\frac{2016}{2017}$.

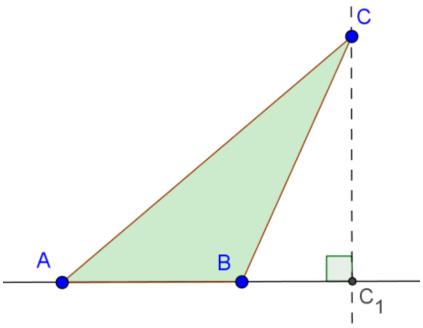

Рисунок 12

2 случай: C_1 не лежит на отрезке AB.

$$S_{AC_1C}=\frac{1}{2}xh\le 2016\cdot S_{C_1BC}=\frac{1}{2}(x-AB)$$

$\frac{x}{AB-x}\le 2016$, $2016\cdot AB\le 2015\cdot x$, откуда

$\frac{x}{AB}\ge\frac{2016}{2015}$.

Задание 6. Изменяя чертеж к задаче №5, составьте как можно больше новых задач. Формулировки своих задач можно записать или на листе бумаги, или в графическом окне GeoGebra (Живая геометрия, Математический конструктор и т.п.) с помощью инструмента «Надпись».

Баллы	**Критерии (7-9 класс)**
Оценивается каждая составленная задача отдельно. Баллы суммируются.	
1	Сформулированная задача не связана с задачей 5. Формулировка задачи не полная.
3	Сформулированная задача не связана с задачей 5. Формулировка задачи полная и корректная.
5	Сформулированная задача связана с задачей 5. Формулировка задачи не полная.
8	Сформулированная задача связана с задачей 5. Формулировка задачи полная и корректная. Но, формулировка получена путем логического преобразования условия задачи.
10	Сформулированная задача связана с задачей 5. Формулировка задачи полная

	и корректная. Формулировка получена путем преобразования чертежа.

Параметры изменения чертежа и примеры задач, которые могли бы быть составлены:

1. Дан треугольник ABC. Из точки C проведена **биссектриса** CC_1. Пусть $AC_1=x$. Для каких x площадь треугольника AC_1C не превышает произведения 2016 на площадь треугольника C_1BC?
2. Дан **параллелограмм** $ABCD$. Из точки E, лежащей на стороне BC, проведена высота EE_1. Пусть $AE_1=x$. Для каких x площадь четырехугольника $ABEE_1$ не превышает произведения 2016 на площадь четырехугольника $ECDE_1$?