Семнадцатый областной математический турнир „Перперикон“ с международным участием
г. Кырджали, Болгария.

З А Д А Ч И   Д Л Я   6   К Л А С С А

Первые 5 задач оцениваются по 3 балла, задача 6 с открытым ответом оценивается 5 баллами, а задача 7 с подробным решением оценивается 10 баллами.

Время на работу 120 мин.

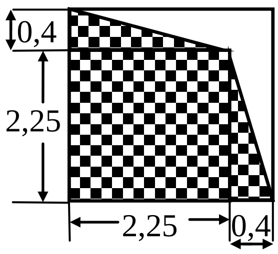
Задача 1. Вычислите: $\frac{1}{5}+\frac{1}{6}+\frac{1}{7}+\frac{1}{8}+\frac{1}{9}+\frac{1}{10}$.

A) $\frac{4169}{5040}$ **B)** $\frac{974}{1260}$ **C)** $\frac{869}{1260}$ **D)** $\frac{2131}{2520}$ **E)** $\frac{1981}{2520}$

Задача 2. Вычислите: $\frac{3,73+2,84}{0,9}-\frac{14,47-11,32}{1,05}$.

A) 4,3 **B)** 4,51 **C)** 5,05 **D)** 5,74 **E)** 6,2

Задача 3. Часть квадрата справа выделена шахматной штриховкой. Найдите площадь не окрашенной части квадрата, пользуясь данными чертежа. Единицы измерения – метр.

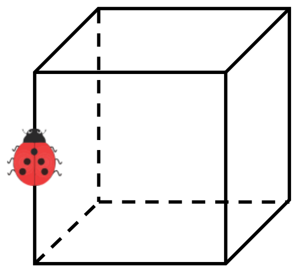


A) 1,06 м^2 **B)** 1,66 м^2 **C)** 1,98 м^2 **D)** 2,14 м^2 **E)** 2,52 м^2

Задача 4. Число 2018 представлено в виде суммы нескольких не обязательно различных натуральных чисел так, что произведение всех этих чисел также равно 2018. Найдите количество чисел в таком представлении.

A) 435 **B)** 923 **C)** 1000 **D)** 1009 **E)** 1012

Задача 5. Божья коровка ползает по ребрам куба длиной 10 см. Найдите наименьшую длину пути (в сантиметрах), который должна проползти божья коровка, чтобы пройти через все ребра?



A) 160 **B)** 150 **C)** 140 **D)** 130 **E)** 120

Задача 6. У Иво имеется 30 банкнот по 2 лева и 15 банкнот по 5 левов. Сколькими способами Иво может выплатить сумму в 107 левов, используя только банкноты из доступных?

Задача 7. В 8 коробках, некоторые из которых красные, а остальные синие, лежат 97 конфет. Каждая красная коробка содержит ровно 11 конфет, а количество конфет в синих коробках одинаково. Какое наименьшее количество конфет может лежать в синих коробках?

ОТВЕТЫ И РЕШЕНИЯ ДЛЯ 6 КЛАССА

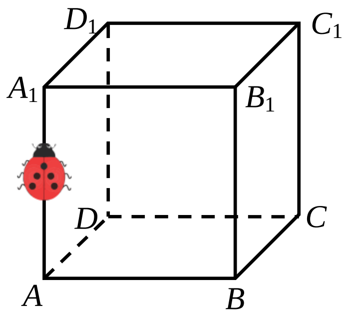
1. Ответ. D). $\frac{1}{5}+\frac{1}{6}+\frac{1}{7}+\frac{1}{8}+\frac{1}{9}+\frac{1}{10}=\frac{504}{2520}+\frac{420}{2520}+\frac{360}{2520}+\frac{315}{2520}+\frac{280}{2520}+\frac{252}{2520}=\frac{2131}{2520}$

2. Ответ A). $\frac{3,73+2,84}{0,9}-\frac{14,47-11,32}{1,05}=\frac{6,57}{0,9}-\frac{3,15}{1,05}=7,3-3=4,3$

3. Ответ A). Длина стороны квадрата равна $2,25+0,4=2,65$ м, а его площадь $2,65\cdot 2,65=7,0225$ м^2. Область, выделенная шахматной штриховкой, состоит из квадрата со стороной 2,25 м и площадью $2,25\cdot 2,25=5,0625$ м^2, а также двух прямоугольных треугольников со сторонами (катетами) 2,25 м и 0,4 м, общая площадь которых $2\cdot\frac{2,25\cdot 0,4}{2}=2,25\cdot 0,4=0,9$ м^2. Поскольку $5,0625+0,9=5,9625$, то площадь неокрашенной части квадрата равна $7,0225-5,9625=1,06$ м^2.

4. Ответ D). Поскольку $2018=2\cdot 1009$ разложение 2018 на произведение простых множителей (число 1009 является простым), то единственный способ представить 2018 как сумму и произведение как минимум двух натуральных чисел - это использовать числа 2, 1009 и 1007 единиц. Количество слагаемых и множителей в таком представлении равно 1009.

5. Ответ B). Обозначим куб $ABCDA_1B_1C_1D_1$, как показано на рисунке. Проползая через произвольную вершину, божья коровка сначала в нее входит, а затем выходит. Таким образом, маршрут по всем ребрам может иметь не более двух нечетных вершин (четность вершины определяется четностью суммы вхождений в вершину и выходов божьей коровки из нее). Значит, по крайней мере три ребра должны быть пройдены дважды. Действительно, у куба 8 вершин, две из которых могут быть нечетными. Оставшиеся 6 вершин будут четными, если 3 ребра, их соединяющих, пройти дважды. В противном случае вершин с нечетным числом ребер будет больше двух. Возможный маршрут 150 см: $ABB_1BCC_1CDD_1C_1B_1A_1D_1DAA_1$. По 2 раза пройдены ребра BB_1, CC_1 и DD_1.



6. Ответ 3. Любая сумма, полученная банкнотами 2 лв, четна. Так как 107 нечетное число, то количество бонкнот по 5 лв нечетно. С другой стороны $30\cdot 2=60$ лв и $107-60=47$ лв. Таким образом, необходимо как минимум 11 банкнот по 5 лв., так как $9\cdot 5=45<47$, а $10\cdot 5=50>47$, но число 10 четно. Значит, количество банкнот по 5 лв может быть 11, 13 и 15 (количество доступных банкнот по 5 лв равно 15). Сумма в 107 лв может быть выплачена тремя способами: $11\cdot 5+26\cdot 2=55+52=107$ лв, $13\cdot 5+21\cdot 2=65+42=107$ лв и $15\cdot 5+16\cdot 2=75+32=107$ лв.

7. Ответ 14. Если все 8 коробок были бы красного цвета, то всего было бы $8\cdot 11=88$ конфет. Оставшиеся $97-88=9$ конфет распределены в синие коробки. Поскольку количество конфет в синих коробках одинаково, то их количество является делителем 9, т.е. синих коробок 1, 3 или 9. Случай 9 синих коробок невозможен, так как коробок всего 8. Если имеется одна синяя коробка, то количество красных равно $8-1=7$ и в них лежат $7 \cdot 11 = 77$ конфет. Остальные $97 - 77 = 20$ конфет положены в единственную синюю коробку. Если синих коробок 3, то красных $8 - 3 = 5$ и в них всего $5 \cdot 11 = 55$ конфет. Оставшиеся $97 - 55 = 42$ конфеты положены в три синих коробки. Значит, в каждой из них $42 : 3 = 14$ конфет, что является ответом к задаче.

Задача может быть решена следующим образом. Пусть x – количество красных коробок, а y – число конфет в каждой синей коробке. Тогда $11x + y(8 - x) = 97$, что эквивалентно $(8 - x)(y - 11) = 9$. Если $8 - x = 1$, то $x = 7$, $y - 11 = 9$ и $y = 20$. Если $8 - x = 3$, то $x = 5$, $y - 11 = 3$ и $y = 14$. Случай $8 - x = 9$ невозможен, т.к. тогда $x = -1 < 0$.

Критерии оценки выполнения задания: Правильный ответ 14 оценивается 5 баллами. Остальные 5 баллов ставятся за строгость доказательства. Например, 1 балл за исключение случая с 9 синими коробками и по 2 балла за разбор случаев с 1 и 3 синими коробками.