

МЕТОДИЧЕСКАЯ КОНЦЕПЦИЯ УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОГО КОМПЛЕКТА «НАГЛЯДНАЯ ПЛАНИМЕТРИЯ»

Сергеева Т.Ф., зав. кафедрой общих математических и естественнонаучных дисциплин Академии социального управления, д.п.н., профессор

***Геометрия, стоявшая у колыбели человеческого
разума, может помочь сегодня человеку сделать
еще один скачок в своем развитии.
Интеллектуальном, духовном и нравственном.
Надо не упустить эту возможность !***

И.Ф. Шарыгин



В основе обучения всегда лежит восприятие наблюдаемых объектов.

Чему бы ни учить, каким бы способом ни учить, мы прежде всего обращаемся к органам чувств обучаемого, являющимся его "окнами в мир".

Если педагог хочет воздействовать на познавательную деятельность обучаемого, он адресуется первоначально к его органам чувств, особенно зрению и слуху, так как посредством этих анализаторов человек получает большую часть информации.



Восприятие включает в себя осознание предметов, основанное на вовлечении вновь получаемой информации в систему уже имеющихся знаний. Объективной основой восприятия, результатом которого является целостный образ, выступает единство различных сторон и свойств объекта, который воздействует как комплексный раздражитель.



Именно на основе восприятия возможна деятельность других психических процессов — памяти, мышления, воображения. Восприятие как процесс формирования и функционирования чувственного образа действительности есть сложное сочетание различных характеристик — функциональных, операционных и мотивационных



Изучая процессы пространственного зрительного восприятия, Г. Гельмгольц особенно выделял роль движений. Он придавал движениям более широкий смысл: движение субъекта (как и самих объектов) вызывает постоянные изменения чувственных впечатлений, получаемых от объектов. Вместе с тем повторяющийся опыт обнаруживает устойчивость связей, их признаков, благодаря чему совокупности ощущений и приобретают качество относительно инвариантных образов.



Оперирование математическими
объектами представляет собой
преимущественно знаково-
символическую деятельность,
содержание которой составляет
использование и преобразование
системы знаково-символических средств.



Поэтому все основные трудности и проблемы, возникающие в обучении математике, берут свое начало от недостаточного умения декодировать информацию, представленную знаково-символическими средствами, идентифицировать изображение с реальностью, наличествующей в нем, выделять в моделях закономерности, зафиксированные в них, оперировать моделями, знаково-символическими средствами.



3. И. Калмыкова отмечает, что закреплению в долговременной памяти относительно небольшого количества информации, включающей в себя наиболее общее и значимое для последующего оперирования содержанием вновь усваиваемых знаний, способствует "наложение" этой информации на наглядно представленные "опоры" - условные знаки, символы, отражающие не только отдельные элементы этих знаний, но и взаимосвязь между ними.



МЕТОДИЧЕСКИЕ ОСОБЕННОСТИ УЧЕБНО-
МЕТОДИЧЕСКОГО КОМПЛЕКТА «НАГЛЯДНАЯ
ПЛАНИМЕТРИЯ»

Деятельностный подход к обучению,
обеспечивающий развитие
исследовательских навыков
учащихся в процессе динамизации
геометрических объектов в
виртуальной геометрической среде



МОДЕЛИРОВАНИЕ КАК МЕТОД ОБУЧЕНИЯ ГЕОМЕТРИИ

- Л.М. Фридман о моделировании как **содержательном** элементе образования: «... процесс моделирования стал одним из основных методов научного исследования, ... обладает огромной эвристической силой, позволяет свести изучение сложного к простому, неосознанное и неосознаемое к осознанному и осознаемому... Как показывают эксперименты, **явное введение в содержание образования понятий модели** в научном познании существенно меняет отношение учащихся к самому учебному процессу, делает их деятельность более осмысленной и продуктивной.... ».



ЧТО ТАКОЕ ДИНАМИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

- Под динамизацией понимается, прежде всего, процесс исследования математических объектов с помощью изменения определяющих их параметров, установление функциональных связей и инвариантов.
- Динамизацию геометрических объектов можно использовать двояко: как цель (при этом формулируются динамические задачи), как средство (при этом любая нединамическая задача проходит через динамику, отвлекаясь затем, от последней).



ЧТО ТАКОЕ ДИНАМИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

- Под динамизацией понимается, прежде всего, процесс исследования математических объектов с помощью изменения определяющих их параметров, установление функциональных связей и инвариантов.
- Динамизацию геометрических объектов можно использовать двояко: как цель (при этом формулируются динамические задачи), как средство (при этом любая нединамическая задача проходит через динамику, отвлекаясь затем, от последней).



ДИНАМИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

Исследования показывают:

1. Динамическое моделирование **развивает математическую интуицию** и само является эвристическим приемом, выходящим за пределы собственно математики.

2. Надлежащий подбор динамических моделей с учетом возрастных особенностей учащихся позволяет **опустить возрастную планку для целостного усвоения связанной между собой группы понятий**, предоставляет новые возможности для опережающего обучения и пропедевтики.

3. Динамическое моделирование развивает мышление учащихся, формирует методологические принципы учебной и исследовательской работы.

4. Оно позволяет **дифференцировать** обучение учащихся и **интегрировать** различные темы.



ДИНАМИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

5. Позволяет безболезненно использовать в школьном курсе **теоретико-множественный и аксиоматический подходы**, точечные и иные преобразования.

6. Расширяет возможности составления **исследовательских программ**, выявляет новые возможности для обучения учащихся **составлению и решению задач**, в том числе - и нестандартных.

7. Позволяет ввести в учебный процесс **математический эксперимент**, четко выделить содержательную и логическую составляющие изучаемой темы, осуществить **многоуровневый подход** к обучению учащихся как содержательной, так и логической составляющих и их использованию.



ФОРМИРОВАНИЕ ОБОБЩЕННЫХ ПРИЕМОВ ПОЗНАВАТЕЛЬНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ В ПРОЦЕССЕ ДИНАМИЗАЦИИ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ОБЪЕКТОВ

- 1.Выделение переменных и постоянных объектов, составляющих условие задачи.
- 2.Выделение зависимых и независимых переменных.
- 3.Установление области определения независимой переменной.
- 4.Выполнение непрерывного изменения независимой переменной.



ФОРМИРОВАНИЕ ОБОБЩЕННЫХ ПРИЕМОВ ПОЗНАВАТЕЛЬНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ В ПРОЦЕССЕ ДИНАМИЗАЦИИ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ОБЪЕКТОВ

- 5. Рассмотрение вырожденных, предельных случаев для формулировки гипотез, предвидения результатов.
- 6. Рассмотрение особых случаев для формулировки гипотез и отыскания направления к решению.
- 7. Построение аккуратного, точного чертежа (применение возможностей компьютерной анимации).
- 8. Сочетание эмпирических подходов к поиску решения задач с применением аналитических методов, свойств функциональных зависимостей.



- В структуре интеллекта переработка информации одновременно идет в системе четырех основных модальностей опыта: знак, образ, предметные действия, эмоциональное впечатление. Методическая модель изучения геометрического материала на основе динамизации геометрических объектов соответствует этой оптимальной системе.



ВИДЫ МОДЕЛЕЙ В ПРОЦЕССЕ ОБУЧЕНИЯ ГЕОМЕТРИИ

- Интуитивная (основанная на субъектном опыте учащегося)
- Динамическая (созданная с помощью инструментов)
- Теоретическая (выведенная на основе дедуктивного метода)



ПРОЕКТИРОВАНИЕ КУРСА ПЛАНИМЕТРИИ НА ОСНОВЕ ДИНАМИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

I этап

Работа с интуитивными моделями.

Точка:

след карандаша, звезда на небе, город на
карте и др.



ПРОЕКТИРОВАНИЕ КУРСА ПЛАНИМЕТРИИ НА ОСНОВЕ ДИНАМИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

II этап

- 1) Освоение инструментов ИГС для конструирования геометрических объектов на чертежной плоскости


Упражнения на воспроизведение операций чертежной плоскости



ПРОЕКТИРОВАНИЕ КУРСА ПЛАНИМЕТРИИ НА ОСНОВЕ ДИНАМИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

- 2) Конструирование и исследование динамических моделей геометрических объектов на чертежной плоскости

Задачи:

- поиск рациональных способов построения геометрических объектов на чертежной плоскости
 - выявление признаков и свойств геометрических объектов на основе их исследования (выдвижение гипотез)
- 

ПРОЕКТИРОВАНИЕ КУРСА ПЛАНИМЕТРИИ НА ОСНОВЕ ДИНАМИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

III этап

Синтез теоретической модели на основе дедуктивного метода и ее анализ.

Построение системы геометрических объектов.



○ 6. Смежные и вертикальные углы

- С помощью диска рассмотрите, как определяются смежные и вертикальные углы, каковы их свойства.
- **Определение.** Два угла, у которых одна сторона общая, а две другие являются продолжениями одна другой, называются *смежными* (Рис. 46).
- - Рис. 46. Смежные углы.



Теорема 1. Сумма смежных углов равна 180° .

Для доказательства этой теоремы необходимо составить логическую цепочку из уже известных Вам фактов и рассуждений. Сначала ответьте на приведенные ниже вопросы.

Как строится угол, смежный с данным?

Какой угол образуют два смежных угла? Какова градусная мера этого угла?

Доказательство.

Пусть дан угол $\angle \alpha$. Построим смежный с ним угол $\angle \beta$. Из определения смежных углов следует, что в сумме эти углы образуют развернутый угол (см. Рис.). Градусная мера развернутого угла равна 180° , т.е.

$\angle \alpha + \angle \beta = 180^\circ$. Теорема доказана.



Вопросы:

- 1) Дан угол. Сколько углов, смежных с ним, существует (можно построить)?
- 2) Дан угол. Известна его градусная мера. Как определить градусную меру смежного с ним угла?
- 3) На плоскости проведены две пересекающиеся прямые. Один из углов равен α . Чему равен угол между прямыми? Рассмотрите два случая:
 - а) α – острый;
 - б) α – тупой.
- 4) Два угла равны. Равны ли смежные с ними углы?
- 5) Дан угол. В каком случае оба смежных с ним угла будут равными?
- 6) Какова градусная мера угла, смежного с прямым углом?
- 7) Какова градусная мера угла, смежного с развернутым углом?



ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ

1. Найдите градусную меру угла, смежного с углом $\angle ABC$, если:
 - а) градусная мера $\angle ABC = 25^\circ$;
 - б) градусная мера $\angle ABC = 115^\circ$.
2. Точка C расположена между точками A и B прямой AB , а точки D и E лежат в разных полуплоскостях от прямой AB . Не пользуясь чертежом, выпишите пары смежных углов из перечисленных: $\angle ACD$, $\angle ECA$, $\angle EAB$, $\angle DBA$, $\angle BCD$, $\angle DBE$, $\angle BCE$.



ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ

3. Какой из двух углов больше и на сколько, если известно, что сумма градусной меры первого угла с градусной мерой угла, который является смежным со вторым, равна 200° ?
4. Пусть $\angle hk$ – меньший из двух смежных углов hk и hl . Докажите, что $\angle hk = 90^\circ - \frac{1}{2} (\angle hl - \angle hk)$, а $\angle hl = 90^\circ + \frac{1}{2} (\angle hl - \angle hk)$.



ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ

5Д. Дано: углы $\angle\alpha$ и $\angle\beta$ – смежные, $\angle\beta - \angle\alpha = \lambda$. (См. Рис. для одного из возможных значений λ .) Задайте три различных значения λ . Перемещая точку на чертеже, получите углы $\angle\alpha$ и $\angle\beta$, для которых $\angle\beta - \angle\alpha = \lambda$. Вычислите градусные меры углов $\angle\alpha$ и $\angle\beta$. Запишите градусные меры углов в рабочей тетради на стр.



ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ

7Д. Даны луч и отрезок. Постройте вертикальные углы, стороны которых содержат данные луч и отрезок. Повторите построение в рабочей тетради на стр.... С помощью динамической модели исследуйте вопрос о том, сколько решений имеет задача. Ответ запишите в рабочей тетради на стр... .

8Д. Даны четыре точки. Постройте вертикальные углы, стороны которых проходят через данные точки. С помощью динамической модели исследуйте вопрос о том, в каком случае задача не имеет решений. Повторите построение в рабочей тетради на стр....



ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ

9Д. С помощью динамической модели исследуйте вопрос о взаимном расположении биссектрис вертикальных углов. Дайте обоснование ответа и запишите его в рабочей тетради на стр....

10Д. Какое наибольшее число лучей можно провести через данную точку плоскости, чтобы все углы, сторонами которых они являются, были тупыми? Воспользуйтесь динамической моделью. Ответ запишите в рабочей тетради на стр... .



ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ

11Д. Какое наименьшее число лучей можно провести через данную точку плоскости, чтобы все углы, образованные соседними лучами, были острыми? (Любая точка плоскости должна принадлежать острому углу.) Воспользуйтесь динамической моделью. Ответ запишите в рабочей тетради на стр... .



- **Определение.** Два угла называются *вертикальными*, если стороны одного угла являются продолжениями сторон другого (Рис. 47).



- Рис. 47. Вертикальные углы.



- **Теорема 2.** Вертикальные углы равны.

- Рассмотрите Рис. 47 и ответьте на вопросы:

- Можно ли утверждать, что углы $\angle 1$ и $\angle 3$ – вертикальные?

- Что можно сказать об угле $\angle 2$ по отношению к углу $\angle 1$, углу $\angle 3$?

- Какова сумма смежных углов? Запишите суммы углов $\angle 1$ и $\angle 2$, $\angle 2$ и $\angle 3$.

- Какой вывод можно сделать о градусной мере углов $\angle 1$ и $\angle 3$?

- **Доказательство.** Пусть углы $\angle 1$ и $\angle 3$ вертикальные (см. Рис. 47). Угол $\angle 2$ является смежным как с углом $\angle 1$, так и с углом $\angle 3$. Поэтому по доказанной выше теореме 1: $\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$, $\angle 2 + \angle 3 = 180^\circ$. Отсюда $\angle 1 = \angle 3$. Теорема доказана.



○ **Вопросы:**

- 1) Сколько пар вертикальных углов образуют две пересекающиеся прямые?
- 2) Дан прямой угол. Какова градусная мера вертикального угла?
- 3) Какова сумма градусных мер всех углов, образованных при пересечении двух прямых?
- 4) Сумма градусных мер двух вертикальных углов меньше (больше) 180° . Что можно сказать об этих углах?
- 5) Дан угол. Сумма градусных мер заданного угла, вертикального угла и смежного с заданным угла равна 250° . Какова градусная мера заданного угла?
-



- Задачи для самостоятельного решения.
- Задача 1. Найдите градусную меру угла, смежного с углом $\angle ABC$, если:
 - а) градусная мера $\angle ABC = 25^\circ$;
 - б) градусная мера $\angle ABC = 115^\circ$.
- Задача 2. Точка C расположена между точками A и B прямой AB , а точки D и E лежат в разных полуплоскостях от прямой AB . Не пользуясь чертежом, выпишите пары смежных углов из перечисленных: $\angle ACD$, $\angle ECA$, $\angle EAB$, $\angle DBA$, $\angle BCD$, $\angle DBE$, $\angle BCE$.
- Задача 3. Какой из двух углов больше и на сколько, если известно, что сумма градусной меры первого угла с градусной мерой угла, который является смежным со вторым, равна 200° ?



- Задача 4. Пусть $\angle hk$ – меньший из двух смежных углов hk и hl . Докажите, что $\angle hk = 90^\circ - \frac{1}{2} (\angle hl - \angle hk)$, а $\angle hl = 90^\circ + \frac{1}{2} (\angle hl - \angle hk)$.
- Задача 5Д. Дано: углы $\angle \alpha$ и $\angle \beta$ – смежные, $\angle \beta - \angle \alpha = \lambda$ (см. Рис. 48) для одного из возможных значений λ . Задайте три различных значения λ . Перемещая точку на чертеже, получите углы $\angle \alpha$ и $\angle \beta$, для которых $\angle \beta - \angle \alpha = \lambda$. Вычислите градусные меры углов $\angle \alpha$ и $\angle \beta$. Запишите градусные меры углов в рабочей тетради.
-
- Рис. 48. Рисунок к задаче 5Д.
-
- Задача 6Д. Дано: углы $\angle \alpha$ и $\angle \beta$ – смежные, $\angle \beta = \lambda \angle \alpha$. (См. Рис. 49) для одного из возможных значений λ .) Задайте три различных значения λ . Перемещая точку на чертеже, получите углы $\angle \alpha$ и $\angle \beta$, для которых $\angle \beta = \lambda \angle \alpha$.



- Задача 7Д. Даны луч и отрезок. Постройте вертикальные углы, стороны которых содержат данные луч и отрезок. Повторите построение в рабочей тетради. С помощью динамической модели исследуйте вопрос о том, сколько решений имеет задача. Ответ запишите в рабочей тетради.
- Задача 8Д. Даны четыре точки. Постройте вертикальные углы, стороны которых проходят через данные точки. С помощью динамической модели исследуйте вопрос о том, в каком случае задача не имеет решений. Повторите построение в рабочей тетради.
- Задача 9Д. С помощью динамической модели исследуйте вопрос о взаимном расположении биссектрис вертикальных углов. Дайте обоснование ответа и запишите его в рабочей тетради.



- Задача 10Д. Какое наибольшее число лучей можно провести через данную точку плоскости, чтобы все углы, сторонами которых они являются, были тупыми? Воспользуйтесь динамической моделью. Ответ запишите в рабочей тетради.
- Задача 11Д. Какое наименьшее число лучей можно провести через данную точку плоскости, чтобы все углы, образованные соседними лучами, были острыми? Воспользуйтесь динамической моделью. Ответ запишите в рабочей тетради.
- Задача 12Д. Пять прямых пересекаются в одной точке (см. Рис. 50). Найдите сумму градусных мер углов 1, 2, 3, 4 и 5.
- Рис. 50. Рисунок к задаче 12Д.
-



Спасибо за внимание!

