Девятнадцатый областной математический турнир «Перперикон» с международным участием, г. Кырджали, Болгария.

З А Д А Ч И   Д Л Я   7   К Л А С С А

Первые 5 задач оцениваются по 3 балла, задача 6 с открытым ответом оценивается 5 баллами, а задача 7 с подробным решением оценивается 10 баллами.

Время на работу 120 мин.

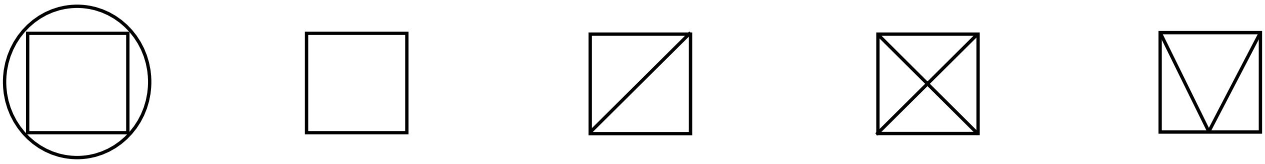
Задача 1. Петя расплатился за ручку одной банкнотой 100 рублей и получил сдачу $\frac{3^4 \cdot 4^3 \cdot 35^2}{9^2 \cdot 16 \cdot 70}$ руб. Сколько ещё ручек сможет купить Петя за деньги, полученные на сдачу?

A) 0 **B)** 1 **C)** 2 **D)** 3 **E)** 4

Задача 2. Пусть $n = \frac{9^9}{15^8 \cdot \left(\frac{3}{5}\right)^{10}} - 5^2$. Найдите значение параметра m в многочлене $(3x - 2mx^2)(m - x^2 + 1) + nx - 4$, если коэффициент одночлена первой степени равен 15?

A) 4 **B)** 3 **C)** 2 **D)** 1 **E)** 0

Задача 3. Сколько из показанных фигур нельзя нарисовать, не отрывая карандаша от бумаги и не проходя по линиям контура более одного раза?



A) 0 **B)** 1 **C)** 2 **D)** 3 **E)** 4

Задача 4. В пассажирском поезде, состоящем из 11 вагонов, едут 350 пассажиров. Количество пассажиров в любых трех последовательных вагонах равно 99. Сколько пассажиров в шестом вагоне?

A) 33 **B)** 37 **C)** 39 **D)** 42 **E)** 46

Задача 5. Известно, что $\frac{a+5b}{a-5b} = 5$, где $a \neq 0$, $b \neq 0$ и $a \neq 5b$. Найдите значение выражения $\frac{a+2b}{a-2b}$.

A) 2 **B)** $\frac{19}{11}$ **C)** $\frac{17}{10}$ **D)** $\frac{14}{9}$ **E)** 1

Задача 6. Расположите две единицы, две двойки, две тройки, две четверки, две пятерки, две шестерки и две семерки так, чтобы между двумя единицами была ровно одна цифра, между двумя двойками было ровно две цифры, между двумя тройками − ровно три цифры, ровно четыре цифры между двумя четверками, ровно пять цифр между двумя пятерками, ровно шесть цифр между двумя шестерками и ровно семь цифр между двумя семерками.

Задача 7. Даны треугольники *ABC* и *KMN.* Один из углов ΔABC равен 40^0. Сумма двух каких-то углов ΔABC равна некоторому углу ΔKMN, и сумма двух других углов ΔABC также равна углу ΔKMN. Найдите углы ΔABC. (**Замечание**: известно, что сумма всех углов любого треугольника равна 180°.)

ОТВЕТЫ И РЕШЕНИЯ

Задача	1	2	3	4	5
Ответ	C	A	B	E	B

Задача 6. 71316435724625. Существуют и другие расположения цифр, удовлетворяющие условию задачи.

Задача 7. $(40^0, 40^0, 100^0)$ **или** $(40^0, 70^0, 70^0)$**.** Обозначим углы ΔABC через α, β и γ. Без ограничения общности можем считать, что $\alpha + \beta = \angle KMN$. Пусть сумма двух других углов ΔABC, например α и γ, равна другому углу треугольника *KMN*, например $\angle KNM$, т.е. $\alpha + \gamma = \angle KNM$. Тогда

$180^0 = \angle KMN + \angle KNM + \angle NKM > \angle KMN + \angle KNM = \alpha + \beta + \alpha + \gamma > \alpha + \beta + \gamma = 180^0$, что невозможно. Таким образом, суммы улов $\alpha + \beta$ и $\alpha + \gamma$ не могут соответствовать разным углам треугольника *KMN*, т.е. $\alpha + \beta = \alpha + \gamma$ и следователно $\beta = \gamma$. Получаем два случая: $\beta = \gamma = 40^0$, откуда $\alpha = 100^0$, или $\alpha = 40^0$, откуда $\beta = \gamma = 70^0$. Ответ к задаче $(40^0, 40^0, 100^0)$ или $(40^0, 70^0, 70^0)$**.**

Критерии оценивания: За каждую правильную тройку углов треугольника по 2 балла, и по 3 балла за доказательство, что приведенная тройка является решением задачи.