

**Восемнадцатый областной математический турнир „Перперикон“
с международным участием
г. Кырджали, Болгария.**

ЗАДАЧИ ДЛЯ 5 КЛАССА

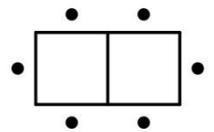
Первые 5 задач оцениваются по 3 балла, задача 6 с открытым ответом оценивается 5 баллами, а задача 7 с подробным решением оценивается 10 баллами.

Время на работу 120 мин.

Задача 1. Поезда метро ходят с интервалом 6 минут с 8:00 до 9:00 и с интервалом 7 минут с 9:00 до 10:00. Ачо сошел с поезда в 8:42 и пришел на ту же станцию метро в 9:30. Сколько минут он будет ждать поезда? (Простой поезда на станции не берется в расчет.)

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

Задача 2. В ресторане за квадратный стол можно посадить 4 человека. На рисунке показано как разместить 6 человек за двумя соединенными столами. Какое наименьшее число таких столов нужно соединить последовательно, чтобы разместить 20 человек?



- A) 5 B) 6 C) 10 D) 12 E) другой ответ

Задача 3. Хамелеон начал двигаться у начала ветки длиной 1 м, делая два шага вперед и один назад, каждый шаг за 2 секунды. Если длина шага 5 см, то через сколько секунд хамелеон дойдет до конца ветки?

- A) 118 B) 116 C) 114 D) 112 E) другой ответ

Задача 4. На прямой отмечены четыре точки А, В, С и D так, что отрезки АВ и CD пересекаются на $\frac{1}{4}$ от их длины. Найдите расстояние между двумя самыми дальними точками, если расстояние между серединами отрезков АВ и CD равно 12 см.

- A) 32 см B) 28 см C) 24 см D) 21 см E) 20 см

Задача 5. Шарль «перенумеровал» все свои книги с помощью трехбуквенного кода, используя все 26 букв (латинского) алфавита: AAA, AAB, AAC, ..., AAZ, ABA, ABB, У него 680 книг. Какой код последней из его книг?

- A) BAF B) BAD C) BBD D) CAD E) AAZ

Задача 6. Замените звездочку цифрой так, чтобы полученное число делилось на 15. Сколько различных цифр удовлетворяют условию задачи?

3456*0

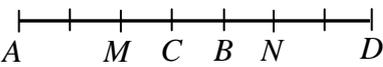
Задача 7. Распределите натуральные числа от 1 до 11 на группы (не менее двух), чтобы сумма чисел в каждой группе была одинаковой. На какое количество групп можно распределить данные числа? Приведите пример каждого возможного случая!

ОТВЕТЫ И РЕШЕНИЯ ДЛЯ 5 КЛАССА

1. Ответ Д). До 9:00 прошло три поезда. После 9:00 поезда подъедут в 9:07, 9:14, 9:21, 9:28, 9:35 и т.д. Так как Ачо пришел в 9:30, то ему придется подождать 5 минут.

2. Ответ Е). Каждый присоединенный стол дает 2 дополнительных места. Тогда возле n столов могут сидеть $2n + 2$ человек. Значит, $2n + 2 = 20$, а $n = 9$.

3. Ответ Д). Каждый из первых 18 циклов «два шага вперед, один назад» занимает у хамелеона по 6 секунд, всего - 108 секунд. Хамелеон окажется в 10 см от конца ветки. После этого ему останется сделать 2 шага вперед, т.е. еще 4 секунды. Всего потребуется 112 секунд.

4. Ответ В). Без ограничения общности можем считать, что  точки A , B , C и D расположены на прямой слева направо (см. рис.).

Так как по условию отрезки AB и CD пересекаются на $\frac{1}{4}$ от их длины, то это означает, что эти отрезки имеют одинаковую длину. Пусть M и N середины отрезков AB и CD соответственно, а x см – четверть длины каждого из отрезков. Тогда $AB = CD = 4x$ см, $AM = MB = CN = ND = 2x$ см, $MC = CB = BN = x$ см и $MN = MC + CB + BN = 3x$ см. Из условия $MN = 12$ см следует, что $x = 4$ см, откуда $AD = 7x = 28$ см. Задача может быть решена без введения переменной x , непосредственно используя данные чертежа.

5. Ответ В). Найдем число книг, код которых начинается с буквы A . На втором и третьем местах может стоять любая из 26 букв. Получим, что имеется $26 \cdot 26 = 676$ таких книг. Таким образом, 676-я книга получила код AZZ , 677-я - BAA , 678-я – BAV , 679-я - BAC , 680-я – BAD . Значит, код последней книги – BAD .

6. Ответ 4 цифры. *Способ I.* Можно непосредственно проверить все 10 возможных чисел. Однако это решение можно существенно сократить. Заметим, что число 345600 делится на 15. Прибавляя к этому числу 10 и 20, мы получим числа 345610 и 345620, которые, очевидно, на 15 не делится. Если к числу 345600 прибавить 30, то полученное число 345630 делится на 15. Таким образом, можно сделать вывод, что на 15 делятся только числа 345600, 345630, 345660 и 345690. Условию задачи удовлетворяют 4 цифры.

Способ II. Число делится на 15, если оно делится и на 3, и на 5. Поскольку данное число оканчивается на 0, то, согласно признаку делимости на 5, оно делится на 5. Число делится на 3, если сумма цифр делится на 3. Так как $3+4+5+6+0=18$, и число 18 делится на 3, то прибавив 0, 3, 6 или 9, мы получим число, которое делится на 3. Следовательно, вместо звездочки можно поставить 0, 3, 6 или 9. Условию задачи удовлетворяют 4 цифры.

7. Ответ: 2, 3 или 6. Так как сумма натуральных чисел 1 до 11 равна $1+2+\dots+11=66$, то количество групп является делителем числа 66. Число 11 входит в одну из групп, следовательно, сумма чисел в каждой группе не может быть меньше 11. Это приводит нас к следующим вариантам разбиения: 2 группы с суммой чисел 33 в каждой группе; 3 группы с суммой 22; 6 групп с суммой 11. Приведем пример для первого случая: $11+10+9+3=8+7+6+5+4+2+1$. Заметим, что такое разбиение чисел на две группы с суммой чисел 33 не является единственным. Реализация (не единственная) во втором случае: $11+10+1=9+8+5=7+6+4+3+2$. В третьем случае имеется единственная возможность разбить числа на 6 групп, с суммой чисел 11 в каждой группе: $11=1+10=2+9=3+8=4+7=5+6$.

Критерии оценки выполнения задания: Доказательство того, что количество групп 2, 3 или 6, оценивается 4 балла. Пробелы в доказательстве оцениваются путем вычитания баллов из этих 4. Примеры для каждого из трех случаев оцениваются по 2 балла.