Северный (Арктический) федеральный университет им. М. В. Ломоносова

Институт математики, информационных и космических технологий

**Олимпиада по математике 8-9 класс**

26.03.2013

1. Машинистка напечатала 10 писем и адреса на 10 конвертах, но рассеянная секретарша разложила эти письма по конвертам, нисколько не заботясь о соответствии между письмом и адресом. Правда в каждый конверт она положила по одному письму. Какова вероятность того, что ровно девять писем попали в предназначенные для них конверты?

2. Два миллиона отмеченных точек целиком расположены внутри окружности радиусом 1 см. Существует ли прямая, по каждую сторону от которой находилось бы ровно по одному миллиону точек?

3. Докажите, что если у обычной перетасованной колоды карт среди верхних 18 карт находится больше красных карт, чем черных среди нижних 18 карт, то в этой колоде по крайней мере три карты одного цвета идут подряд.

4. Гриб называется плохим, если в нем больше 11 червяков. Червяк – тощий, если он съел не более гриба, в котором живет. Четверть всех грибов в лесу плохие. Докажите, что не менее трети всех червяков тощие.

5. В ряд выписаны числа: , , …, . Между ними произвольным образом расставляют знаки «+» и «-» и находят сумму. Может ли такая сумма равняться 2013?

6. Периметр прямоугольного треугольника () 72 см, а медиана на 7 см длиннее высоты . Найдите длину гипотенузы .

7. Две биссектрисы треугольника пересекаются под углом . Докажите, что один из углов этого треугольника равен .

8. Лидер общественного движения «Алгебролюбы» предложил новую операцию . Чему тогда равно значение выражения: ?

9. Мальчик пошел с отцом в тир. Отец купил ему 10 пулек. В дальнейшем отец за каждый промах отбирал у сына одну пульку, а за каждое попадание давал одну дополнительную пульку. Сын выстрелил 55 раз, после чего пульки у него кончились. Сколько раз он попал?

10. Различные вещественные числа , и таковы, что , , . Найдите .

11. На складе имеется по 200 сапог 41, 42 и 43 размеров, причем среди этих 600 сапог 300 левых и 300 правых. Докажите, что из них можно составить не менее 100 годных пар обуви.

12. В школе учеников посещают кружок (все кружки разные, т.е. не совпадают по составу учеников). Известно, что любые три кружка имеют общего ученика. Докажите, что найдется ученик, посещающий все эти кружки.