

Северный (Арктический) федеральный университет имени М.В. Ломоносова
Институт математики и компьютерных наук
Олимпиада по математике 8-9 класс
21.04.2012

1. Гипотенуза прямоугольного треугольника равна 13, а высота из вершины прямого угла 7. Найти сумму катетов.
2. Если Аня идет в школу пешком, а обратно едет на автобусе, то всего на дорогу она затрачивает полтора часа. Если же она едет на автобусе в оба конца, то весь путь занимает у нее тридцать минут. Сколько времени тратит Аня на дорогу, если и в школу, и из школы она идет пешком?
3. Пришла весна. Четверо друзей – Костя, Вадим, Слава и Марат – влюбились в девушек (в различных!) и решили, что каждый подарит своей избраннице букет цветов. Разведка доложила, какие цветы нравятся девушкам, и ребята заказали четыре букета – розы, ирисы, хризантемы, лилии. Да вот незадача, забыли, кто с чем должен идти. Помогите ребятам не опозориться перед прекрасными дамами и не опоздать на свидание, если они вспомнили следующие факты. Таня любит ирисы. Вадим любит Олю. Марат точно помнит, что он должен подарить лилии. Настя не любит хризантемы, а Люда не любит розы. Костя идет на свидание не с Настей, и она не встречается с Маратом.
4. Может ли сумма $1 + 2 + 3 + \dots + p$ при каком-либо p оканчиваться на 2012?
5. Углы при основании трапеции 44° и 46° . Один из двух отрезков с длинами 44 и 46 является средней линией, а другой – отрезком, соединяющим середины оснований. Найти основания трапеции.
6. Каких шестизначных чисел больше: представимых в виде произведения двух трехзначных чисел или не представимых?
7. N первоклассников выстроены в одну шеренгу (плечом к плечу). По команде «нале-во» все одновременно повернулись на 90° , некоторые – налево, а другие – направо. Ровно через секунду, кто стал лицом к лицу со своим соседом, поворачивается «кругом» - на 180° . Еще через секунду каждый, оказавшийся теперь лицом к лицу с соседом, снова поворачивается на 180° и т.д.
 - а) Докажите, что через конечное время движение прекратится.
 - б) Какое наибольшее число раз мог повернуться «кругом» один человек?
 - в) Какое наибольшее количество времени могло продолжаться движение в строю?
8. Доказать, что для любого натурального n найдется натуральное m такое, что число $nm + 1$ составное.
9. Проехав треть пути, пассажир лег спать и спал до тех пор пока ему не осталось проехать треть того пути, который он проехал спящим. Какую часть пути пассажир проспал?
10. На плоскости даны три красных и три синих точки. Доказать, что сумма отрезков, соединяющих одноцветные точки, не превосходит суммы отрезков, соединяющих разноцветные точки.