

УЧЕБНЫЙ ДИСТАНЦИОННЫЙ МОДУЛЬ «МЕТОД ОБЛАСТЕЙ»

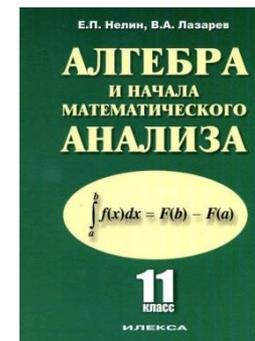
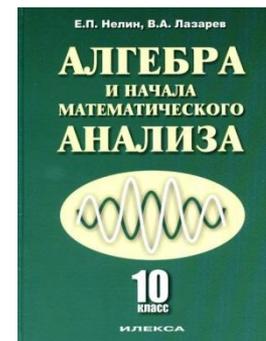
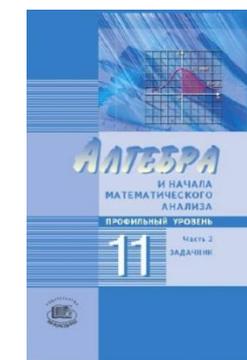
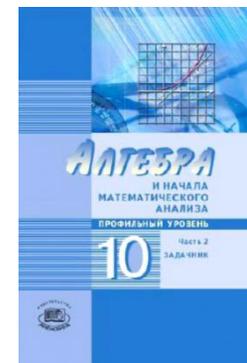
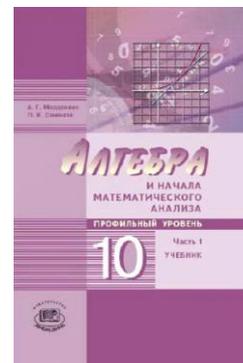
Для учащихся 10–11 классов



GeoGebra

Автор – учитель МБОУ СОШ № 8

Белорукова Марина Васильевна



Белорукова М.В.



Размещение дистанционного модуля

Дистанционная площадка Sakai САФУ имени М.В. Ломоносова
([https://sakai.pomorsu.ru/portal/site/Solving equations and inequalities with parameter](https://sakai.pomorsu.ru/portal/site/Solving_equations_and_inequalities_with_parameter))

Мой сайт

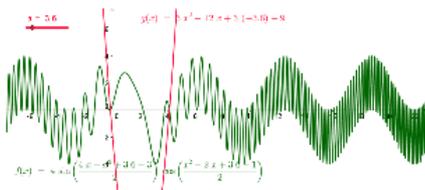
Математика: Решение уравнений и неравенств с параметром

ЦИО ИМИКТ. Применение интерактивных геометрических сред в обучении математике

Решение уравнений и неравенств с параметром

- Главная
- Программа курса
- Расписание
- Теория
- Задания
- Тесты и опросники
- Ссылки
- Сообщения
- Форумы
- Чат
- Ресурсы
- Управление сайтом
- Справка

Сейчас на сайте:
Марина Васильевна
Белорукова



**Задачи
с параметром
для учащихся
10-11 классов**

Аннотация. Задачи с параметрами в школьной программе рассматриваются на этапе обобщения и систематизации знаний учащихся. Трудности при решении таких задач обусловлены тем, что наличие параметра заставляет решать задачу не по известному алгоритму и определённым методом, а рассматривать различные случаи, при каждом из которых методы решения существенно отличаются друг от друга. В заданиях ЕГЭ по математике с развернутым ответом одно из заданий — задача с параметром. Появление таких заданий на

При помощи данного модуля вы сможете самостоятельно повысить уровень математических знаний в области решения задач с параметрами: усвоить основные приемы и методы решения уравнений, неравенств систем уравнений с параметрами, строить обоснованное решение задач с параметрами, владеть навыками исследовательской деятельности. В программу курса включены теоретические и практические материалы. При изучении данного курса вы будете использовать интерактивную геометрическую среду GeoGebra.

Ключевые слова: школьный курс математики, задача с параметром, методы решения задач с параметром, ИГС GeoGebra.



Преподаватели:

Овчинникова Ольга Петровна,
доцент кафедры экспериментальной математики
и информатизации образования

e-mail: ol.ovchinnikova@nafu.ru



Белорукова Марина Васильевна,
учитель математики МБОУ СОШ № 8 г. Архангельск

e-mail: marina9143@yandex.ru

Белорукова М.И



Программа курса

- [Главная](#)
 - Программа курса
 - [Расписание](#)
 - [Теория](#)
 - [Задания](#)
 - [Тесты и контрольные вопросы](#)
 - [Сообщения](#)
 - [Форумы](#)
 - [Чат](#)
 - [Ресурсы](#)
 - [Управление сайтом](#)
 - [Оценки](#)
 - [Словарь](#)
 - [Статистика](#)
 - [Справка](#)
- Сейчас на сайте:
Раиса Петровна Овчинникова

Программа курса

[Создать/изменить](#)

Программа курса



Программа учебного курса «Решение уравнений и неравенств с параметром»

Дистанционный курс «Решение уравнений и неравенств с параметром» для обучающихся 10–11 классов предназначен для обучения математике учащихся профильных классов, проведения элективных курсов, подготовки учащихся к сдаче ЕГЭ. Состоит из трех модулей "Алгебраический метод решения уравнений и неравенств с параметром", "Графический метод решения уравнений и неравенств с параметром" и "Функциональные методы решения задач с параметрами". Курс рассчитан на 48 часов.

Цель курса: научить решать задачи с параметром разными методами, повысить уровень математических знаний в области решения задач с параметром.

Задачи курса:

- дать чёткие научные знания и навыки по решению задач с параметром;
- развивать логическое мышление учащихся;
- прививать графическую культуру;
- учить анализировать и обобщать результаты решения задач;
- продолжить формирование навыков исследования для решения задач с параметрами.

Методы обучения:

- самостоятельное изучение материалов (лекций);
- выполнение исследовательских работ с использованием ИГС GeoGebra;
- отработка навыков решения задач с помощью тренажёров.

Содержание и формы контроля знаний:

- входной контроль: подготовка обучающихся к восприятию темы (в виде теста);

Белорукова М.В.

Программа модуля

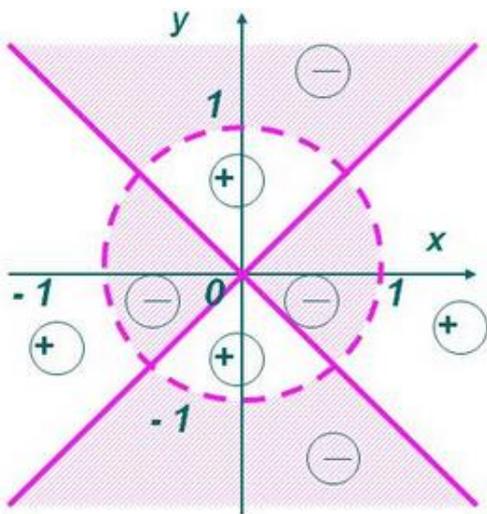
Этапы	Цель	Контроль	Час.
1 Входной контроль	Выявить уровень подготовки обучающихся к восприятию нового метода решения задач	Тест №1 Решение неравенств методом интервалов (выбор варианта ответа)	2
2 Исслед. работа «Знаки функции с двумя переменными»	Исследование знаков функции с двумя переменными с использованием ИГС GeoGebra	Рабочий лист (СР№ 1) Тест №2 Решение неравенств с двумя переменными и их систем (выбор, соответствие)	2
3 Решение неравенств с параметром методом областей	Показать и сравнить решение неравенства методом интервалов и методом областей	Контрольные вопросы (Тест № 3, развернутый ответ)	1
4 Решение различных типов задач с параметром	Научить решать различные типы задач с параметром методом областей	Контрольные вопросы (Тест № 4, развернутый ответ)	4
5 Тренажёр по решению задач с параметром методом областей	Выявить уровень подготовки обучающихся к восприятию нового метода решения задач	(Тест № 5, выбор варианта ответа)	3
6 Решение задач по теме «Метод областей»	Проверить умения решать неравенства методом областей	Контрольная работа (СР № 2)	4



Программа курса

- ◆ **Заглавие**
- ▶ 1. [Установка ИГС GeoGebra](#)
- ▶ 2. [Решение уравнений и неравенств с параметрами аналитическим методом](#)
- ▶ 3. [Решение уравнений и неравенств с параметрами графическим методом](#)
- ▼ 4. [Графический метод. Метод областей](#)
 - 4.1. [Входной контроль](#)
 - 4.2. [Исследовательская работа «Знаки функции с двумя переменными»](#)
 - 4.3. [Решение неравенств с параметром методом областей](#)
 - 4.4. [Решение различных типов задач с параметром методом областей](#)
 - 4.5. [Тренажёр по решению различных типов задач с параметром методом областей](#)
 - 4.6. [Решение задач по теме «Метод областей»](#)

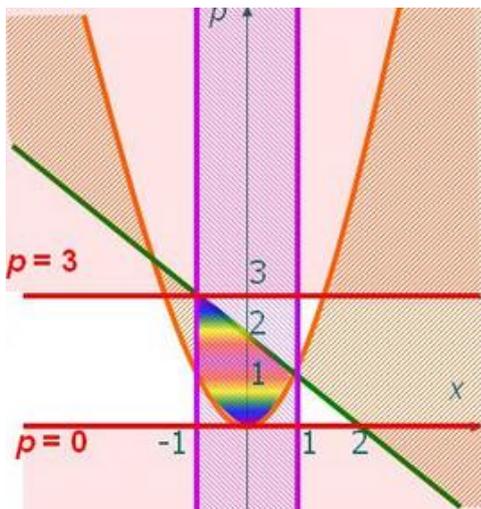
Метод областей



Метод областей является обобщением метода интервалов. Пусть имеется неравенство с параметром $p(x, a) \geq \leq 0$. Для его решения методом областей надо

- найти и построить все кривые, для которых $p(x, a) = 0$. Данные кривые разбивают плоскость на множества (области), на которых знак выражения $p(x, a)$ постоянный;
- отобразить те области, на которых $p(x, a) \geq \leq 0$.

Метод областей



- Чтобы выписать решения неравенства для каждого параметра a или определить при каком a неравенство имеет решение, в плоскости xOa изображают так называемую «считывающую прямую» $a = c$ (c — число), параллельную оси абсцисс.
- С помощью параллельного переноса этой прямой можно легко ответить на поставленный вопрос.

Сравнение решения неравенства методом интервалов и методом областей

Неравенство с одной переменной Метод интервалов	Неравенство с двумя переменными Метод областей
1. Введение функции, разложение на множители и представление в виде $\frac{(x-a)(x-b)\dots}{(x-c)(x-d)\dots}$	1. Приведение к виду $\frac{f(x,a)g(x,a)\dots}{h(x,a)p(x,a)\dots}$
2. Нахождение области определения функции и нулей функции	2. Определение вида функций и уравнений $f(x,a) = 0$
4. Нанесение области определения и нулей функции на координатную прямую	4. Построение графиков функций и уравнений $f(x,a) = 0$
5. Определение знаков на интервалах	5. Нахождение знаков в полученных областях
6. Запись ответа	6. Запись ответа с опорой на рисунок



Теоретический блок курса

Мой сайт

Математика: Решение уравнений и неравенств с параметром

ЦИО ИМИКТ. Применение интерактивных геометрических сред в обучении математике

Современные информационные технологии (42.03.02, 44.03.02)

Математика

ИМИКТ 2012-2013

Математика и статистика

Технология обучения математике с использованием интерактивной геометрической среды

- больше -

Курсы

[Графический метод. Метод областей](#) » Решение различных типов задач с параметром методом областей

[Сделать закладку!](#) | [Мои закладки](#)

4. Графический метод. Метод областей

4.4. Решение различных типов задач с параметром методом областей



Решение уравнений и неравенств с параметром
Модуль 3: Графический метод. Метод областей

3.4 Решение различных типов задач с параметром методом областей

Анализ уравнений, неравенств с параметрами и их систем из различных учебников, пособий и сборников задач, позволил выделить 3 основных типа задач. Отличительные черты каждого типа и конкретные примеры к каждому типу приведены в таблице 3.4.

Таблица 3.4

Основные типы задач с параметрами

Тип задачи	Пример
1. Задачи, которые	Пример 1.1 При каждом значении a решите

- Главная
- Программа курса
- Расписание
- Теория
- Задания
- Тесты и контрольные вопросы
- Сообщения
- Форумы
- Чат
- Ресурсы
- Управление сайтом
- Оценки
- Словарь
- Статистика
- Справка
- Сейчас на сайте:
Раиса Петровна Овчинникова

Метод интервалов

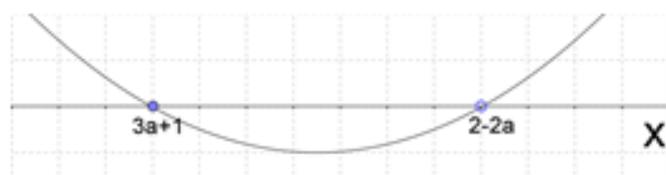
1) Решим данное неравенство методом интервалов. Введём функцию $f(x) = \frac{x-3a-1}{x+2a-2}$

Найдём область определения и нули функции.

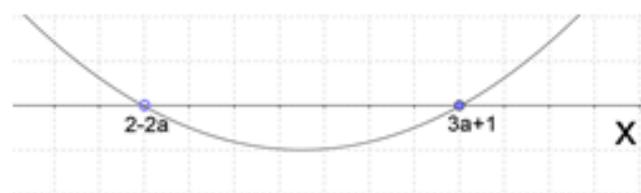
$$\frac{x-3a-1}{x+2a-2} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x-3a-1=0 \\ x+2a-2 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=3a+1 \\ x \neq -2a+2 \end{cases}$$

Отметим на оси x точки, в которых функция не определена и равна нулю.

Случай 1. $3a+1 < 2-2a \Leftrightarrow a < \frac{1}{5}$. Решением неравенства будет промежуток $[3a+1; 2-2a)$.



Случай 2. $2-2a < 3a+1 \Leftrightarrow a > \frac{1}{5}$. Решением неравенства будет промежуток $(2-2a; 3a+1]$.



Случай 3. $2-2a = 3a+1 \Leftrightarrow a = \frac{1}{5}$. Неравенство решений не имеет.

Метод областей

Первый шаг. Построение границ.

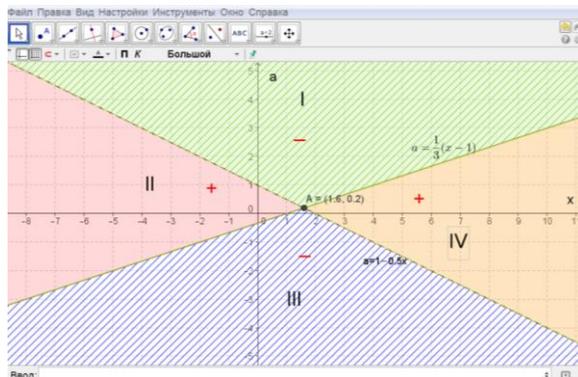
$$\frac{x-3a-1}{x+2a-2} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x-3a-1=0 \\ x+2a-2 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = 3a+1, x \neq 2-2a$$

Оба равенства в плоскости xOa задают прямую. Полученные прямые разбивают координатную плоскость xOa на четыре области. Для всех точек каждой области левая часть неравенства имеет фиксированный знак, который нам необходимо определить.

Второй шаг. Определение знака в областях.

Возьмём точку с координатами $(2; 1)$ в первой области. Подставим значения $a = 1; x = 2$ в выражение $\frac{x-3a-1}{x+2a-2}$ и определим его знак: $f(2; 1) = \frac{2-3-1}{2+2-2} = \frac{-}{+} = -$.

Аналогично определяются знаки в других трёх областях.



Ответ: если $a < \frac{1}{5}$, то $x \in [3a+1; 2-2a)$;

если $a > \frac{1}{5}$, то $x \in (2-2a; 3a+1]$;

если $a = \frac{1}{5}$, то решений нет.



Теоретический блок курса

Тип задачи	Пример
<p>1. Задачи, которые необходимо решить либо для любого значения параметра (параметров), либо для значений параметра, принадлежащих заранее оговоренному множеству</p>	<p><i>Пример 1.1</i> При каждом значении a решите неравенство $\sqrt{x+2a} > x + \sqrt{2a}$.</p> <p><i>Пример 1.2</i> Для всех положительных значений параметра a решите неравенство $(x-a)(x-2) \leq 0$</p> <p><i>Пример 1.3</i> Найдите все значения x которые удовлетворяют неравенству $(2a-1)x^2 < (a+1)x + 3a$, при любом значении параметра a, принадлежащего промежутку $(1;2)$.</p>
<p>2. Задачи, для которых требуется найти все те значения параметра, при которых указанные уравнения, неравенства и их системы имеют заданное число решений (в частности, не имеют или имеют бесконечное множество решений)</p>	<p><i>Пример 2.1</i> Найдите все неотрицательные значения параметра a, при которых существует единственное число x, удовлетворяющее системе</p> $\begin{cases} \lg px = 0 \\ (5x+25a+19)(2a-13-4x) \geq 0 \end{cases}$ <p><i>Пример 2.2</i> Найдите все значения параметра a, при каждом из которых система неравенств $\begin{cases} x^2 + 4x + 3 \leq a \\ x^2 - 2x \leq 3 - 6a \end{cases}$ имеет единственное решение.</p> <p><i>Пример 2.3</i> Найдите все значения параметра a, при которых неравенство $\log_{2x}(3x+a) < 1$ не имеет решений.</p>
<p>3. Задачи, для которых при искомым значениях параметра множество решений удовлетворяет заданным условиям в области определения.</p>	<p><i>Пример 3.1</i> Найдите все значения параметра a, для каждого из которых выполняется неравенство: $x^2 + 2ax + a^2 - 1 \geq 0$, при x из отрезка $1 \leq x \leq 3$.</p> <p><i>Пример 3.2</i> Найдите все значения параметра a, при каждом из которых множество решений неравенства $(a-x^2)(a+2x-8) < 0$ не содержит ни одного решения неравенства $x^2 \leq 4$.</p> <p><i>Пример 3.3</i> Найдите все значения параметра a, при которых неравенство $(x-a)(x-a-2) \geq 0$ является следствием неравенства $(x-1)(x-3) \leq 0$</p>

Контрольные вопросы



1. Как определили знаки на промежутках при решении неравенства методом интервалов?
2. Почему при решении неравенства методом интервалов в случае 3 нет решений?
3. Какие точки достаточно взять для определения знаков левой части неравенства при его решении методом областей?
4. Докажите правильность определения знаков левой части неравенства при его решении методом областей.



Опросники, задания, тесты

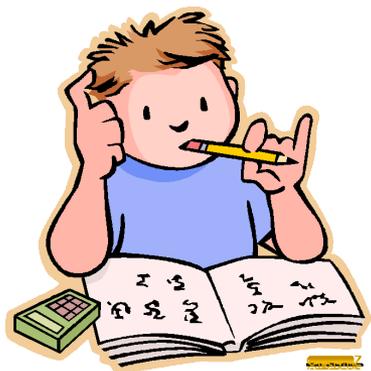
Тесты

- Контрольные вопросы
- Тесты входного контроля
- Тесты промежуточного контроля
- Ответы тренажёра

Задания для СР

- Исследовательская работа
- Промежуточная самостоятельная работа
- Итоговая контрольная работа

Тестовые задания



Виды тестовых заданий

- С выбором одного правильного ответа
- На соответствие
- С развёрнутым ответом

1. $(1 - 2x)(x - 3) > 0$

a) $\left(-\infty; \frac{1}{2}\right) \cup (3; +\infty)$; b) $\left[\frac{1}{2}; 3\right]$; c) $\left(-\infty; \frac{1}{2}\right] \cup [3; +\infty)$; d) $\left(\frac{1}{2}; 3\right)$

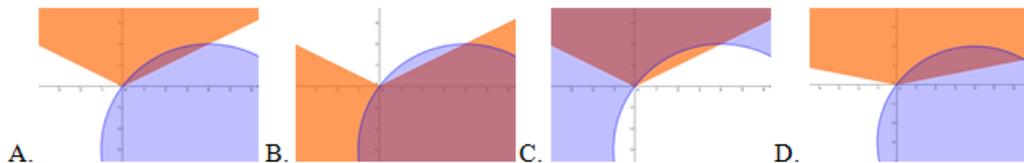
8. Установите соответствие между алгебраической записью задачи и её геометрической интерпретацией:

1. $\begin{cases} x^2 - 8x + y^2 + 6y \leq 0 \\ y - |x| \geq 0 \end{cases}$

2. $(x^2 - 8x + y^2 + 6y)(y - |x|) \leq 0$

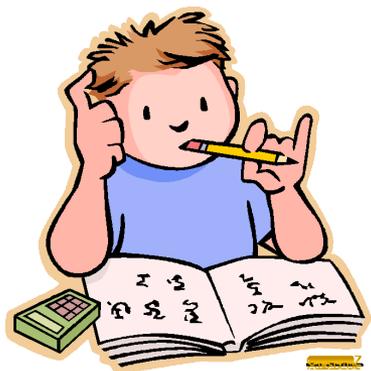
3. $\begin{cases} x^2 - 8x + y^2 + 6y \geq 0 \\ y - |x| \leq 0 \end{cases}$

4. $(x^2 - 8x + y^2 + 6y)(y - |x|) \geq 0$



4. Докажите правильность определения знаков левой части неравенства при его решении методом областей.





Особенности проверки заданий

1. Отзывы на правильные и неправильные ответы
2. Прохождение теста неограниченного числа раз
3. Ограничение сроков сдачи тестов и заданий
4. Ссылки на дополнительные источники
5. Образцы выполнения заданий

Вопрос 1 из 10: / 1.0 Баллы

Решением неравенства $-5x^2 + 12x - 8 \geq 0$ является

- А. $(-\infty; +\infty)$
- В. $[0,8; 1,6]$
- С. $[-1,6; -0,8]$
- D. нет решений

Отзыв: Вы неправильно решили квадратное уравнение

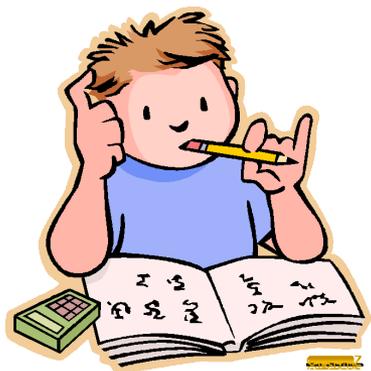
Вопрос 10 из 10: / 1.0 Баллы

Решением неравенства $(x-5)^2(x+7) \leq 0$ является

- А. $(-\infty; -7] \cup \{5\}$
- В. $(-\infty; -7] \cup [5; +\infty)$
- С. $[-7; 5]$
- D. $(-\infty; -7]$

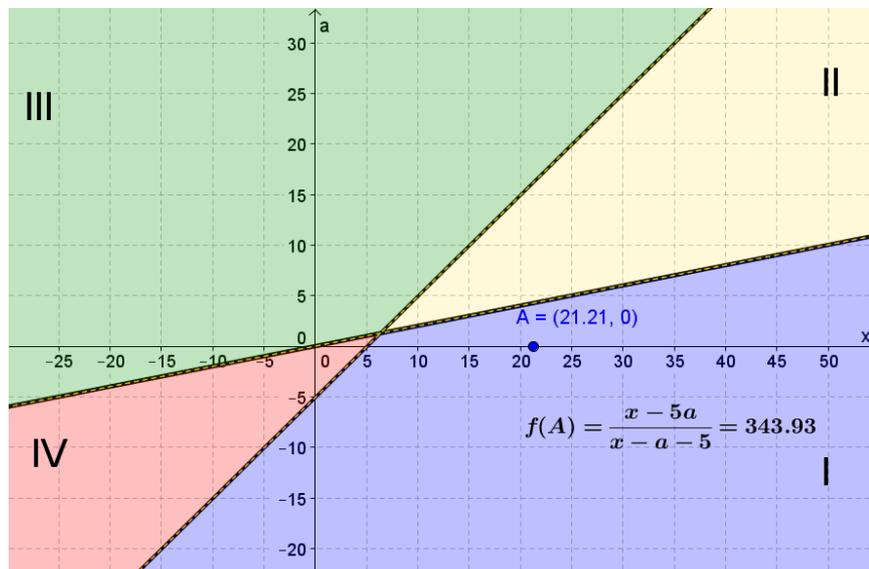
Отзыв: Верно! 😊

Задания: исследовательская работа



Элементы
исследовательского
задания:

- Динамический чертёж
- Схема проведения исследования
 - Инструкция
 - Таблица для внесения данных наблюдения



Задание	Ход исследования	Выводы из наблюдений
$\frac{x - 5a}{x - a - 5} > 0$		
$(a - x^2)(a + x - 2) \leq 0$		
$(a + x)(ax + 1) > 0$		
$(a + x)^2(ax + 1) > 0$		
$(x^2 - a)(a^2 + x^2 - 4) \geq 0$		
<i>Общий вывод из проведённого исследования</i>		

Образец выполнения задания



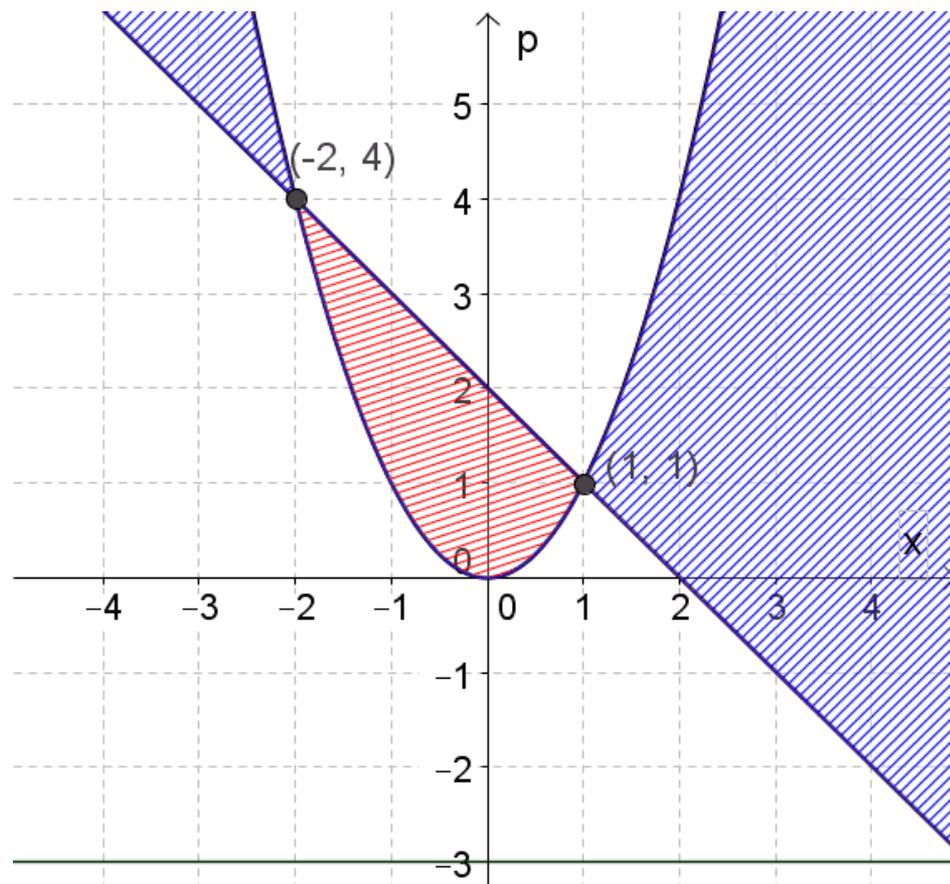
Задание	Ход исследования	Выводы из наблюдений
$\frac{x-5a}{x-a-5} > 0$	I область (+) II область (-) III область (+) IV область (-)	При переходе точки A из одной области в другую знак функции изменяется
$(a-x^2)(a+x-2) \leq 0$...
$(a+x)(ax+1) > 0$
$(a+x)^2(ax+1) > 0$		При переходе точки A через границу $a = -\frac{1}{x}$ знак функции меняется, а при переходе через границу $a = -x$ не меняется
$(x^2-a)(a^2+x^2-4) \geq 0$
<p style="text-align: center;"><i>Общий вывод из проведённого исследования</i></p> <p>Если множитель стоит в нечётной степени, то при переходе через границы областей знак меняется. Если множитель стоит в чётной степени, то знак при переходе через границу областей не меняется.</p>		



Тренажёр

Найдите ответы на следующие вопросы, используя динамическую модель:

1. Найдите все значения p , при каждом из которых множеством решений неравенства $(p-x^2)(p+x-2) \leq 0$ является отрезок $[-1; 1]$.
2. Найдите все значения p , при каждом из которых множеством решений неравенства $(p-x^2)(p+x-2) \leq 0$ является изолированная точка и интервал.
3. Найдите все значения p , при каждом из которых неравенство $(p-x^2)(p+x-2) \leq 0$ выполняется для всех $x \in [2; 3]$.
4. Найдите все значения p , при каждом из которых множеством решений неравенства $(p-x^2)(p+x-2) \leq 0$ является интервал и отрезок длиной 1.....



Итоговая контрольная работа



1. Найдите все значения параметра a , при которых для всех x , удовлетворяющих условию $0 \leq x \leq 1$, справедливо неравенство $\frac{x-2a}{x-a} \geq 0$.
2. При каких значениях a неравенство не имеет корней $\frac{x^2-6x+14-a}{a-2 \sin(x)-1} \leq 0$.
3. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система неравенств $\begin{cases} 4x^2 + a + 3 \leq 4x \\ a + 1 + x \geq 0 \end{cases}$ имеет единственное решение.
4. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых общие решения неравенства $x^2 - 2x \leq a - 1$ и $x^2 - 4x \leq 1 - 4a$ образуют на числовой оси отрезок длины 1.
5. При каких действительных значениях параметра a , система неравенств $\begin{cases} ax - 1 < 0 \\ x > 4a \end{cases}$ не имеет решений.



Критерии оценивания

Содержание критерия	Баллы
Верно найдены все значения параметра a	4
Верно найдены граничные значения параметра a	3
Правильно определены знаки в областях	2
Верно построены границы и найдены области	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	4



Эффективность дистанционного модуля

2014–2015 уч. г.

11 класс МБОУ СОШ № 8 города Архангельска.

Результаты:

Пробный ЕГЭ

- задание с параметром решал только один человек.

Контрольная работа по теме «Задачи с параметрами»

- 12 человек получили оценку «3»,
- 24 человека получили оценку «4» и
- 8 человек — «5».

Окончательные результаты

будут получены после сдачи ЕГЭ в июне месяце.



Эффективность дистанционного модуля

Повышение мотивации учащихся

1 уровень – получение эмоционального удовлетворения от учебной деятельности (личная значимость);

2 уровень – направленность на овладение новыми способами учебных действий;

3 уровень – формирование навыков самоорганизации.

Учащимся нравится новый вид учебной деятельности – в Сети, использование ИГС; использование ИГС помогает овладеть новыми способами деятельности (моделирование, исследовательская деятельность, поиск эффективного метода решения задачи и др.);

недостаточная подготовленность обучаемых к самостоятельной работе, отсутствие самодисциплины, неумение организовать себя, самостоятельно спланировать свою работу.



Наглядность в дистанционном модуле

Аккуратно выполненные **статические чертежи**

- в теоретическом блоке,
- в тестовых заданиях

Динамические чертежи

- для проведения исследования
- в тренажёре для изменения параметра

Анимационные чертежи

- картинка на главной странице дистанционного курса
- оформление презентации

The logo for GeoGebra, featuring the word "GeoGebra" in a grey sans-serif font. The letter "o" in "Geo" is replaced by a blue geometric icon consisting of a circle with several small dots around its perimeter.

Литература



1. Федеральный закон от 29.12.2012 № 273-ФЗ (ред. от 05.05.2014) "Об образовании в Российской Федерации" (с изм. и доп., вступ. в силу с 06.05.2014). Режим доступа: <http://base.consultant.ru>.

2. *Высоцкий В.С.* Задачи с параметрами при подготовке к ЕГЭ. – М.: Научный мир, 2011. – 316 с.

3. *Галицкий М.Л.* Сборник задач по алгебре. 8–9 классы: пособие для учащихся общеобразоват. учреждений. – М.: Просвещение, 2010. – 301 с.

4. *Голубев В.И.* Решение сложных и нестандартных задач по математике. – М.: ИЛЕКСА, 2007. – 252 с.

5. *Горштейн, П.И.* Задачи с параметрами / П.И. Горштейн, В.Б. Полонский, М.С. Якир. – К.: РИА «Текст»; МП «ОКО», 1992. – 290 с.

6. *Данелян С.А.* Технология обучения решению задач с параметрами с использованием интерактивной среды программы GeoGebra / С.А. Данелян, О.Н. Колосова Материалы II международной научно-практической конференции. Пенза-Ереван-Шадринск: НИЦ «Социосфера», 2012. 388 с.

7. Дистанционные образовательные технологии: проектирование и реализация учебных курсов / Лебедева М.Б., Агапонов С.В., Горюнова М.А., Костиков А.Н. и др. — СПб.: БХВ-Петербург, 2010. — 336 с.

8. Математика. Учимся решать задачи с параметром. Подготовка к ЕГЭ: задание С5 / С.О. Иванов, Е.А. Войта, Л.С. Ольховая; под ред. Ф.Ф. Лысенко, С.Ю. Кулабухова. – Ростов-на-Дону: Легион-М, 2011. – 48 с.

9. *Мирошин В.В.* Решение задач с параметрами. Теория и практика. – М.: Экзамен, 2009. – 286 с.

10. *Моденов В.П.* Задачи с параметрами. Координатно-параметрический метод: учебное пособие. – М.: Экзамен, 2007. – 295 с.

11. *Мордкович А.Г.* Алгебра и начала математического анализа. 9 класс: учебник для уч-ся общеобразоват. учрежд. (профильный уровень). – М.: Мнемозина, 2010. С. 66–71.

12. *Осин А.В.* Мультимедиа в образовании: контекст информатизации. — М., 2005.

13. *Прокофьев А.А.* Задачи с параметрами. – М.: МИЭТ, 2004. – 258 с.

14. *Снегурова В.И.* Методическая система дистанционного обучения математике учащихся общеобразовательных школ. Автореф. диссертации на соискание ученой степени д.пед. наук. СПб.: РГПУ им. А.И. Герцена, 2010.

15. *Яковлев И.В.* Материалы по математике: Метод интервалов. Режим доступа: <http://mathus.ru/math/metod-intervalov.pdf> (дата обращения: 06.03.2015).

Спасибо за внимание!