



Северный (Арктический) федеральный университет  
имени М.В. Ломоносова

Институт математики, информационных и космических технологий

**Научные проблемы и инновационные  
решения в области математического  
образования в контексте  
Национальной образовательной инициативы  
«Наша новая школа»**

**Шабанова Мария Валерьевна, д.п.н., проф. зав. кафедрой  
методики преподавания математики**

# НОИ «Наша новая школа»

**Новая школа –  
это**

**школа для всех**

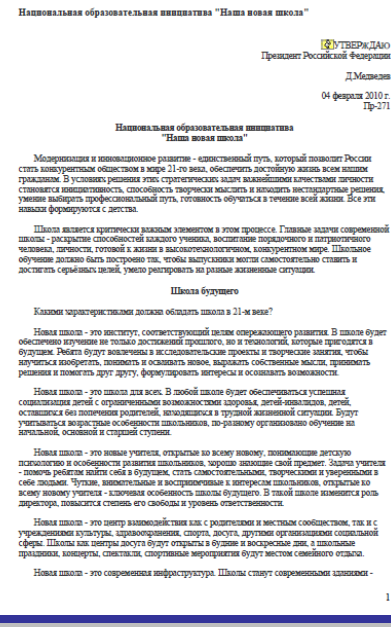
**новые учителя**

**школа  
опережающего  
обучения**

**современная инфраструктура**

**современная система  
оценки качества  
образования**

**центр взаимодействия как  
с родителями, так и с местным  
сообществом**



# Школа опережающего обучения

В школе будет обеспечено изучение не только достижений прошлого, но и технологий, которые пригодятся в будущем. Ребята будут вовлечены в **исследовательские проекты и творческие занятия, чтобы научиться изобретать, понимать и осваивать новое, выражать собственные мысли, принимать решения и помогать друг другу.**

# Новые документы об образовании в России

- Федеральный государственный стандарт общего образования, 2010
- Концепция общенациональной системы выявления и развития молодых талантов, 2012
- Закон об образовании в Российской Федерации, 2013;
- *Концепция развития математического образования в Российской Федерации, 24.12.2013.*

# Направление развития общего математического образования

«Математическое образование должно обеспечивать **каждого обучающегося развивающей интеллектуальной деятельностью** на доступном уровне, используя присущую математике красоту и увлекательность.

Обеспечить необходимое стране число выпускников, математическая подготовка которых достаточна для продолжения образования в различных направлениях и для практической деятельности, включая преподавание математики, математические исследования, работу в сфере информационных технологий и др.» (С.6-7)

УТВЕРЖДЕНА  
распоряжением Правительства  
Российской Федерации  
от 24 декабря 2013 г. № 2506-р

## КОНЦЕПЦИЯ развития математического образования в Российской Федерации

Настоящая Концепция представляет собой систему взглядов на базовые принципы, цели, задачи и основные направления развития математического образования в Российской Федерации.

### 1. Значение математики в современном мире и в России

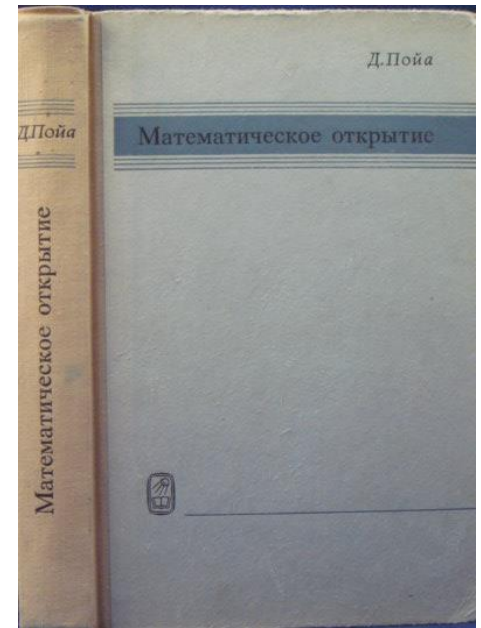
Математика занимает особое место в науке, культуре и общественной жизни, являясь одной из важнейших составляющих мирового научно-технического прогресса. Изучение математики играет системообразующую роль в образовании, развивая познавательные способности человека, в том числе к логическому мышлению, влияя на преподавание других дисциплин. Качественное математическое образование необходимо каждому для его успешной жизни в современном обществе. Успех нашей страны в XXI веке, эффективность использования природных ресурсов, развитие экономики, обороноспособность, создание современных технологий зависят от уровня математической науки, математического образования и математической грамотности всего населения, от эффективного использования современных математических методов. Без высокого уровня математического образования невозможны выполнение поставленной задачи по созданию инновационной экономики, реализация долгосрочных целей и задач социально-экономического развития Российской Федерации, модернизация 25 млн. высокопроизводительных рабочих мест к 2020 году. Развитые страны и страны, совершающие в настоящее время технологический рывок, вкладывают существенные ресурсы в развитие математики и математического образования.

Ключевой вопрос в решении проблемы создания методических условий обеспечения каждого учащегося развивающей интеллектуальной деятельностью

**Доступно ли каждому математическое «открытие»?**

# Особенности трактовки термина «открытие»

**Математическое «открытие»**  
(отнесенное к процессу обучения) –  
получение учащимся любого сколь  
угодно скромного собственного  
математического результата,  
обладающего, по крайней мере,  
субъективной новизной.



# **Математическое «открытие» доступно каждому?**

**Популярный ответ.** Математическое открытие доступно только учащимся высокого уровня предметной подготовки и интеллектуального развития.



# Аргументы психологов

Творчество - проявление наивысшего уровня подготовки или интеллектуального развития



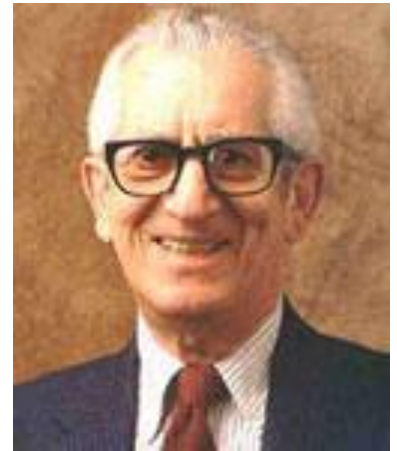
**Пример 1.** Классификация уровней обучения  
Владимир Павлович Беспалько, 1970.

Уровни	Умения
«Знания – знакомства»	распознавать
«Знания – копии»	воспроизводить
«Знания – умения»	Применить в знакомых ситуациях
«Знания – трансформации»	Решение новых задач, проблем, творчество



# Аргументы психологов

Пример 2. Таксонометрия образовательных целей Бенджамина Блума, 1956



# Аргументы ученых математиков

- Объекты математического исследования имеют высокий уровень абстракции.
- Математическая деятельность имеет знаково-символический характер
- Математические эвристики - искусственны
- К уровню строгости математических рассуждений предъявляются высокие требования.



Александр Яковлевич  
Хинчин



Андрей Николаевич  
Колмогоров

# Проявление на практике



**Пример 3.** Наблюдение за работой учителя-экспериментатора в ходе проведения урока-исследования «В поисках кратчайшего расстояния»

В ходе урока ждет результата в решении исследовательской задачи только от продвинутых учащихся – 3,4 уровней по van Heile (чаще подходит, спрашивает, советует). Правильные результат решения исследовательской задачи учеником 1 уровня по van Heile отвергает как неосознанный, полученный случайно «Он не понимает, что сделал». Сам ученик, не пытается предъявить свой успех учителю, принимает оценку учителя безоговорочно.

# Проявление на практике



Пример 4. Центр образования  
«Технологии обучения» г. Москва  
для обучения детей с  
ограниченными возможностями.

Использует DGS в  
обучении только для  
демонстрации  
алгоритмов с разной  
степенью  
подробности.

Считают, что  
исследовательское  
обучение не  
возможно для таких  
детей

Живая Геометрия - расст-тт(Пифагора)0.gsp  
Файл Редактор Вид Построения Преобразования Измерения Графики Окно Справка

### Теорема Пифагора

**Расстояние между точками. Задача 2**

В правильной четырехугольной пирамиде SABCD точка O - центр основания, S - вершина, SO=24, AC=14. Найти расстояние от точки S до точки D.

**Условие** Дано:  
SABCD - правильная пирамида;  
SO=24,  
AC=14.  
Найти: SD - ?

**Выносной чертёж**

**Схема решения**

SD - сторона  $\triangle SDB$ ;  
 $\triangle SDB$  - р/б (SB=SD, т.к. пирамида правильная),  
 $\Rightarrow SO$  - высота, медиана,  
 $\Rightarrow \triangle SOD$  - прямоугольный;  
SO=24;  
можно применить т.Пифагора, если узнать OD=?  
ABCD - квадрат (т.к. пирамида правильная)  
 $\Rightarrow OD = \frac{BD}{2} = \frac{AC}{2}$ .

**Решение:**

$$OD = \frac{AC}{2} = 7;$$

$\triangle SOD$  - прямоугольный; SO=24;  
можно применить т.Пифагора:  
 $SD^2 = OD^2 + SO^2$ ;  
 $SD^2 = 49 + 576$ ;  
 $SD^2 = 625$ ;  
SD=25.

Т.ответ: SD=25.

теорема Пифагора | расст между тт1-прям треуг | расст между тт2-р/б треуг | задача1 для с/р | задача2 для с/р | задача3 для с/р |

# Апробация технологии исследовательского обучения геометрии с GeoGebra

Участники проекта МІТЕ  
в Архангельской области:

27 – пилотных площадок; 41  
учитель, Учащиеся: 7 класс – 284  
8 класс – 225, 9 класс – 196, 10-11  
классы – 120. Итого – 824 человека

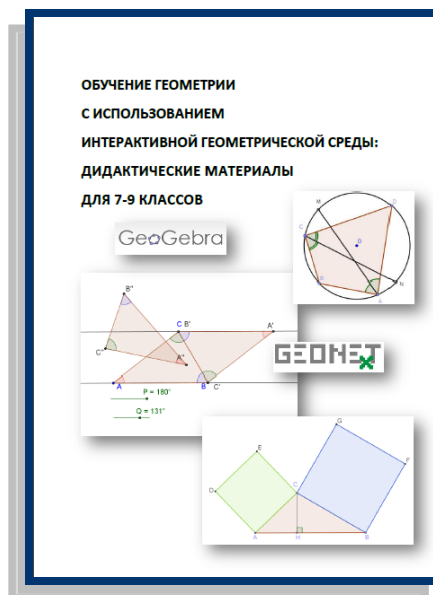


1. Розов Н.Х., Ягола А.Г., Сергеева Т.Ф., Сербис И.Н. Наглядная планиметрия: рабочая тетрадь для 7 класса. М., 2009.79 с.
2. Розов Н.Х., Ягола А.Г., Сергеева Т.Ф., Сербис И.Н. Наглядная планиметрия: рабочая тетрадь для 8 класса. М., 2009.75 с.
3. Розов Н.Х., Ягола А.Г., Сергеева Т.Ф., Сербис И.Н. Наглядная планиметрия: рабочая тетрадь для 9 класса. М., 2009.75 с.

# Парадоксы оценки результатов обучения геометрии с использованием DGS

## Paradoxes of assessment of learning outcomes geometry using DGS

Математическая грамотность (МГ)	Математическая компетентность (МК)
Элементарная МГ	Уровень воспроизведения
Функциональная МГ	Уровень установления связей
Творческая МГ	Уровень рассуждений



**Таксонометрия МГ** согласована с таксонометрией системы общественного контроля качества математического образования «Математический портфолио» 5-8 классов.



ФИПИ

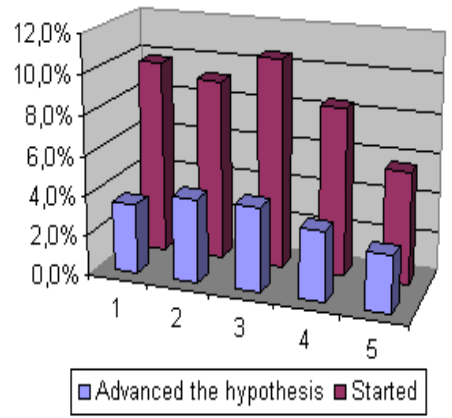
**Таксонометрия МК** согласована с таксонометрией единого государственного экзамена по математике



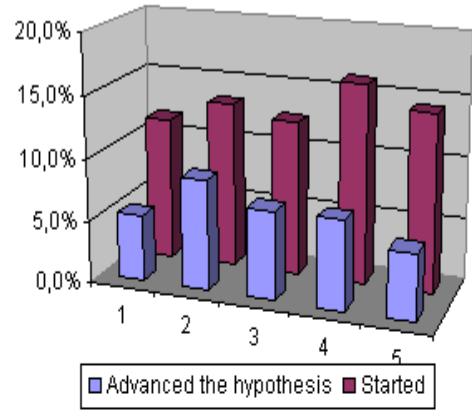
# Парадоксы оценки результатов обучения геометрии с использованием DGS

The results of solving creative problem without DGS    The results of solving creative problem without DGS,    The results of solving creative problem without DGS,

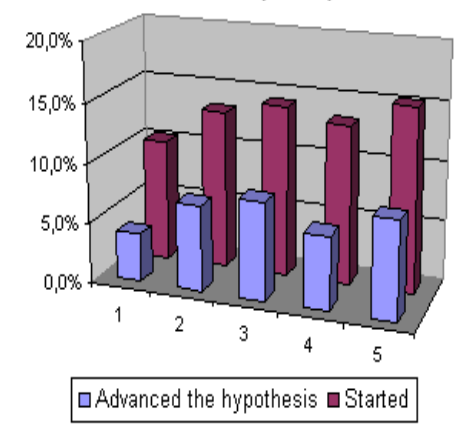
grade 7 (142 st.)



Grade 8 (112 st.)

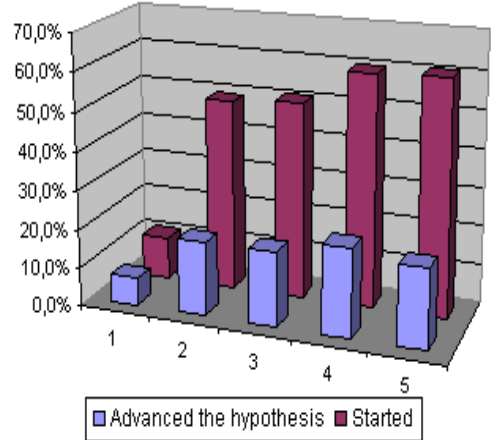


Grade 9 (98 st.)



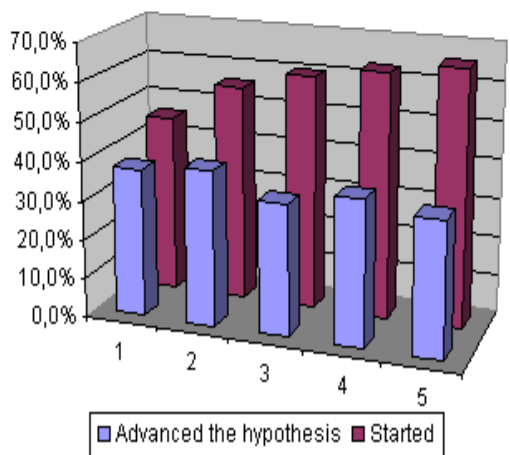
The results of solving creative problem with DGS,

grade 7 (142 st.)



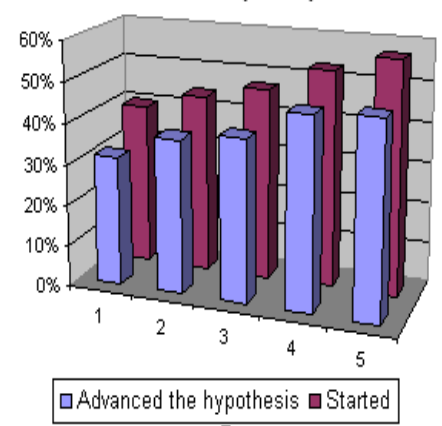
The results of solving creative problem with DGS,

Grade 8 (112 st.)



The results of solving creative problem with DGS,

Grade 9 (98 st.)




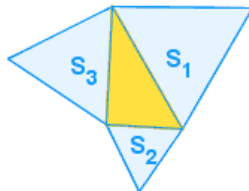


# DGS – основной фактор повышения творческой активности учащихся

Знакомая и незнакомая теорема Пифагора

$n=3$


$$S_1 = 1.53 = 0.45 + 1.08 = S_2 + S_3$$



- Высокий уровень творческой активности определяется большей доступностью экспериментального поиска.
- По мере овладения программным обеспечением и компьютерным экспериментом они все успешнее применяют его при решении творческих задач.

# Свидетельство доступности экспериментального поиска с DGS

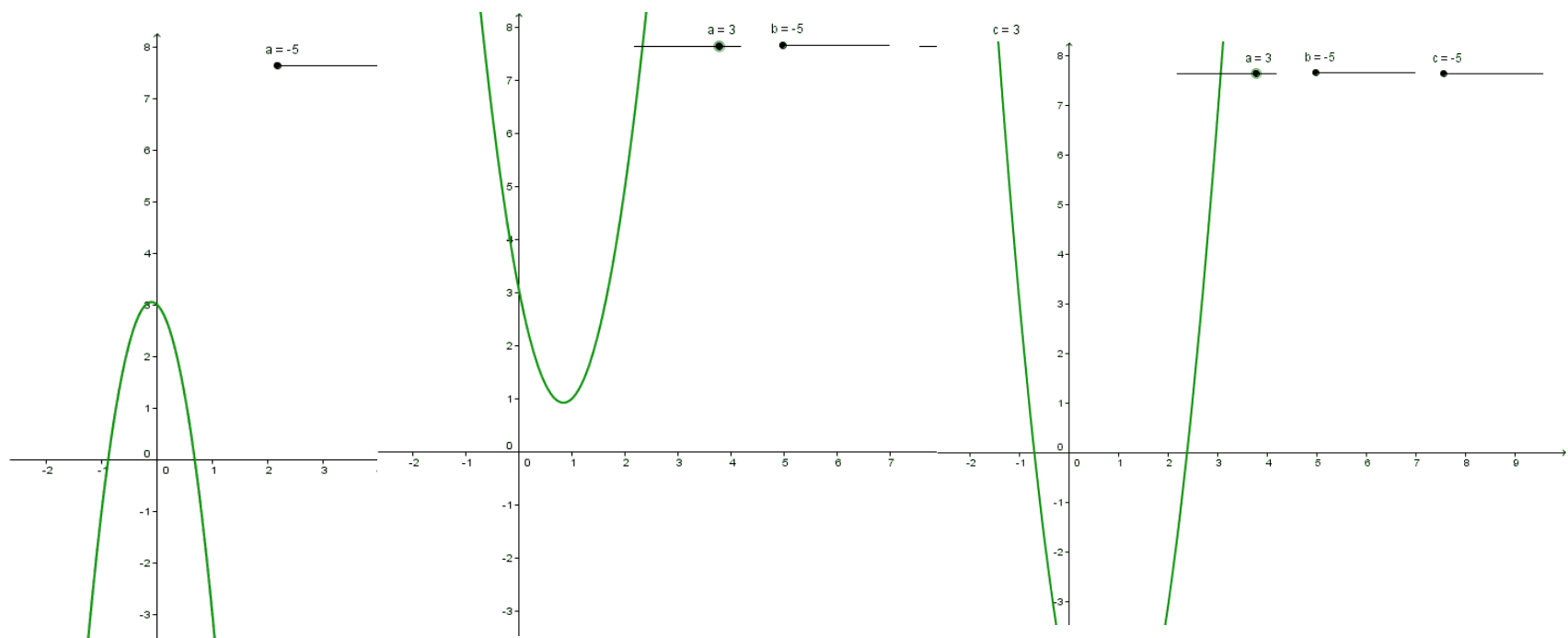
**Пример 1.** Открытие средствами GeoGebra своего правила определения знаков коэффициентов квадратного трехчлена неуспевающим учащимся 9 класса с ярко-выраженной правополушарной дисфункцией.

## Методические условия открытия:

**Задание:** Построй в GeoGebra график функции, заданной формулой  $y = ax^2 + bx + c$ , с коэффициентами, которые могут изменять свое значение в пределах от -5 до 5 с шагом 0,1 (по умолчанию). Придумай с его помощью правила для определения знака коэффициента 1) а; 2) с; 3) b.

# Свидетельство доступности экспериментального поиска с DGS

**Ученик:** экспериментирует с динамической моделью до тех пор, пока не приходит в выводу, что он готов угадывать знак коэффициента.



## Свидетельство доступности экспериментального поиска с DGS

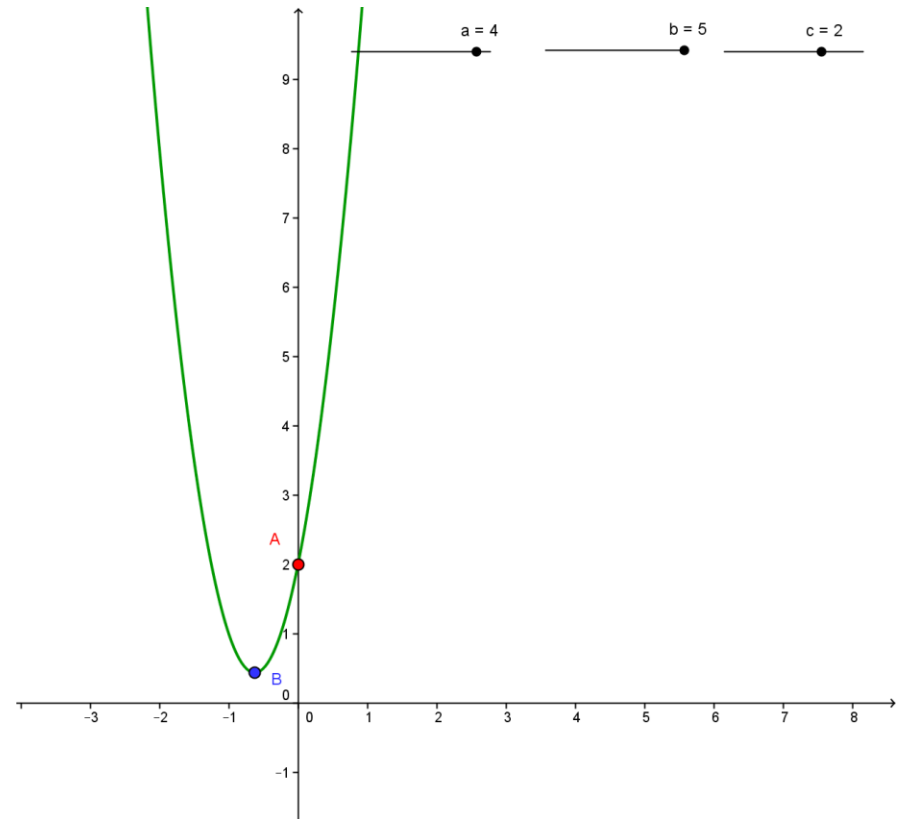
**Учитель:** предлагает ученику сыграть в игру «Угадай». Он варьирует сочетания знаков и значений коэффициентов.

**Ученик** угадывает знак требуемого коэффициента.

Если ученик ошибается, то учитель дает ему возможность вернуться к экспериментам. Затем признак учащегося вновь тестируется в игре. До тех пор, пока ученик не начнет давать стабильно правильные ответы.

# Свидетельство доступности экспериментального поиска с DGS

Учитель для локализации признаков, предлагает ученику сделать на чертеже значимые для него отметки. Затем, записать или зарисовать признаки, так как хочет ученик для их запоминания.



# Свидетельство доступности экспериментального поиска с DGS

Признаки в записи ученика:

а - ветви ↑ значит, положительное.

б - Вершина слева от оси  $y$ , значит отрицательное, а если "а" положительное то инверсия.

с - Пересечение с осью  $y$ , более 0 то "с" положительное. И наоборот.

$$\text{sign}(b) = \text{sign}(-x_{\hat{a}} \cdot a)$$

$$\text{sign}(c) = \text{sign}(f(0))$$

# Динамические листы - средство помощи в решении творческих задач

В рамках подготовки статьи был проведен эксперимент, где динамические листы были использованы для помощи учащимся

**Problem 1.** Найти ГМТ внутри четырехугольника указанного вида, сумма расстояний от которых до прямых, содержащих стороны четырехугольника, наименьшая.

- 1) квадрат
- 2) ромб
- 3) параллелограмм

**Problem 2.** Найти ГМТ внутри четырехугольника указанного вида, сумма расстояний от которых до сторон четырехугольника, наименьшая.

- 1) квадрат
- 2) ромб
- 3) параллелограмм



В случае затруднений при решении задач учащимся разрешалось использовать готовые динамические листы.

# Теоретическая основа разработки динамических ЛИСТОВ

<b>Уровни Van Heile</b>	<b>Характеристика возможностей познания</b>
<b>1 - «Визуализация»</b>	Накопление представлений о многообразии геометрических форм. Наблюдение вещественных моделей.
<b>2 – «Анализ»</b>	Накопление знаний о свойствах классов геометрических форм, обозначенных одним термином. Наблюдение, эксперимент со схематическими моделями.
<b>3 – «Абстракция»</b>	Накопление знаний о связях свойств и классов геометрических форм и пространственных отношений. Эмпирические методы, индукция, локальная дедукция, обобщение.
<b>4 – «Дедукция»</b>	Накопление знаний о связях геометрических утверждений. Глобальная содержательная дедукция.
<b>5 – «Строгость»</b>	Накопление знаний о правилах преобразования утверждений, об уровнях абстракции. Глобальная формальная дедукция. Интерпретации



# Теоретическая основа разработки динамических листов

## Theoretical basis for the making dynamical worksheets

Уровни геометрической подготовки (по Van Heile)	Уровни интерактивности $n \rightarrow n+1$
1 - «Визуализация»	Манипулятор для экспериментального обнаружения области устойчивости.
2 – «Анализ»	Апплет с ограниченным набором инструментов для обнаружения причин устойчивости.
3 – «Абстракция»	Шаблон *ggb для обнаружения идеи доказательства минимальности.
4 – «Дедукция»	DGS как вспомогательное средство



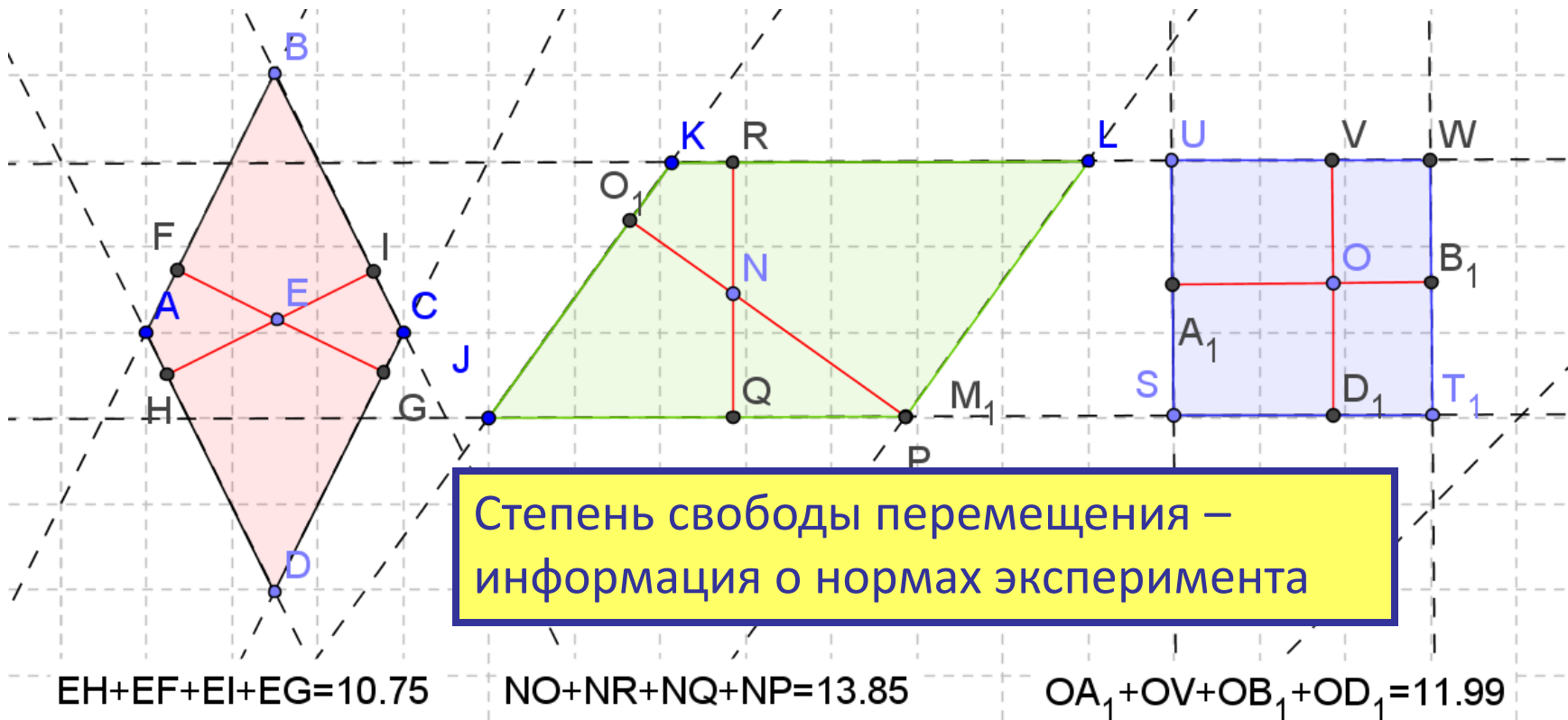
# Пример манипулятора для учащихся

## 1 уровня → 2

Потенциальные возможности

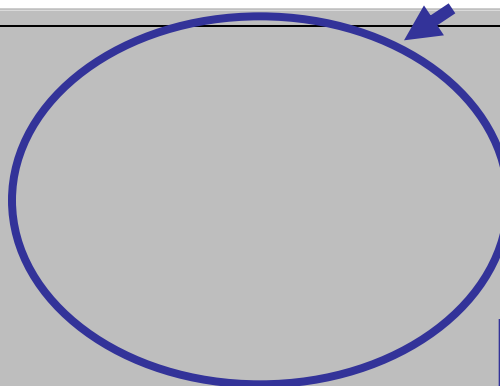
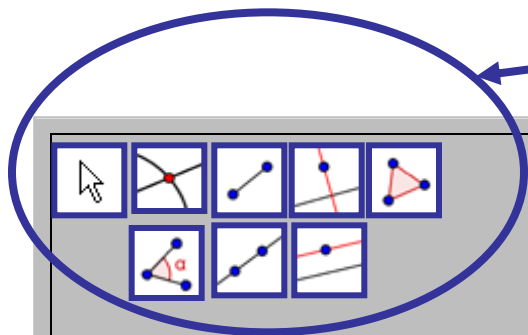
Актуальные возможности

Перемещай точку и наблюдай



# Апплет для учащихся 2 уровня → 3 с ограниченным набором инструментов

Потенциальные возможности

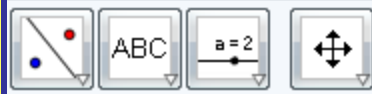


Инструменты  
оперирования  
образами -  
информация о  
направлениях  
поиска связей

Актуальные возможности

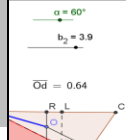
# Шаблон \*ggb для учащихся 3 уровня →4

Степень свободы перемещения, динамическая запись и введенные условия отображения объектов – информация об нормах и идее доказательства.



Потенциальные возможности

Актуальные возможности

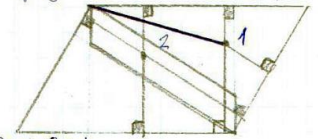


# Пример динамического листа, созданного учеником 4 уровня

Бобров лист №1 (до сторон)

Минимальное расстояние от прямой до прямой есть перпендикуляр, если в параллелограмме расстояние (отрезки) от точки к сторонам будут не под прямым углом, то есть иначе, то сумма расстояний будет больше,

Два варианта — в первом случае отрезков к сторонам больше, так как один из четырех отрезков не перпендикулярен. Во втором случае все перпендикулярно и расстояние получается минимальное



# Динамические листы – как средство помощи учащимся в математическом творчестве

1 <sup>st</sup> step. Построено ГМТ
2 <sup>st</sup> step. Гипотеза
3 <sup>st</sup> step. Эксперимент
4 <sup>st</sup> step. Доказательство
5 <sup>st</sup> step (Problem1). Обобщение
5 <sup>st</sup> step (Problem2). Частные случаи
6 <sup>st</sup> step. Развитие идеи

Progress in Problem 1	Group 1 (14 students)		
	S	R	P
1 <sup>st</sup> step	14	14	14
2 <sup>nd</sup> step	8	8	8
3 <sup>rd</sup> step	13	13	12
4 <sup>th</sup> step	11	10	6
5 <sup>th</sup> step	1		
Progress in Problem 2	Group 1		
	S	R	P
1 <sup>st</sup> step	14	14	14
2 <sup>nd</sup> step	13	13	13
3 <sup>rd</sup> step	13	13	13
4 <sup>th</sup> step	9	9	8
5 <sup>th</sup> step	-	-	2
6 <sup>th</sup> step	1		

98% -успешности в выдвигении гипотезы

# Математическое открытие доступно каждому?

**Альтернативный ответ.**

**Любой ученик** может получить собственный математический результат, если способ его получения относится к зоне актуального или ближайшего развития ученика.

Ключевой ответ в решении проблемы  
создания методических условий  
обеспечения развивающей  
интеллектуальной деятельностью

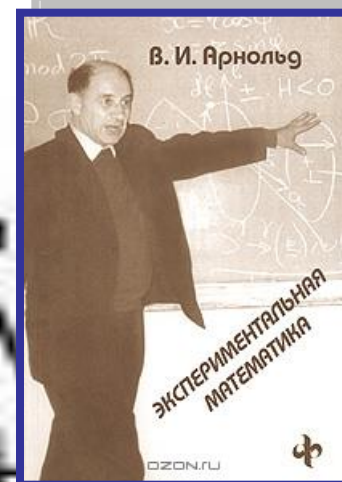
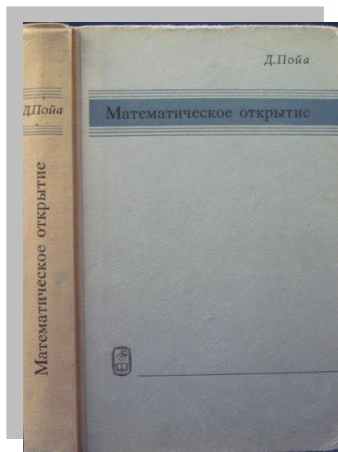
**Математическое «открытие»  
с DGS доступно каждому.**



# Риски обучения математическому творчеству с использованием DGS

## 1.Изменение стиля рассуждений учащихся под влиянием DGS:

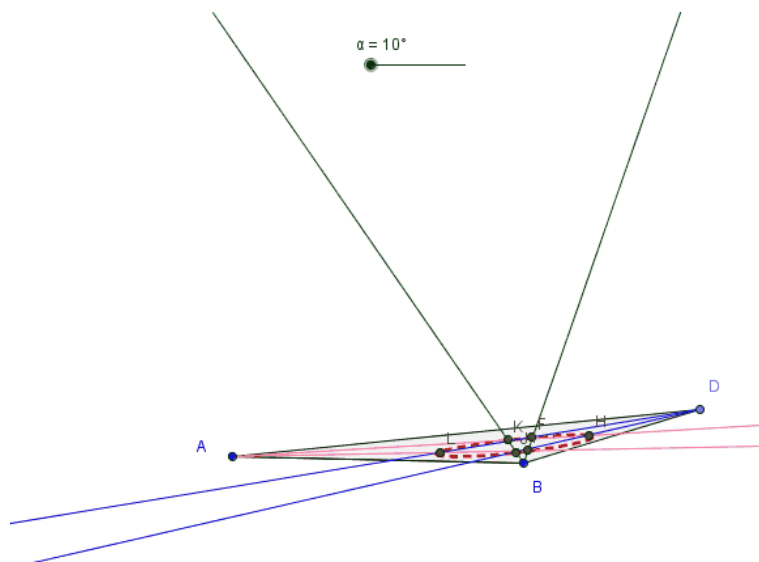
Утрата способности к теоретическому поиску



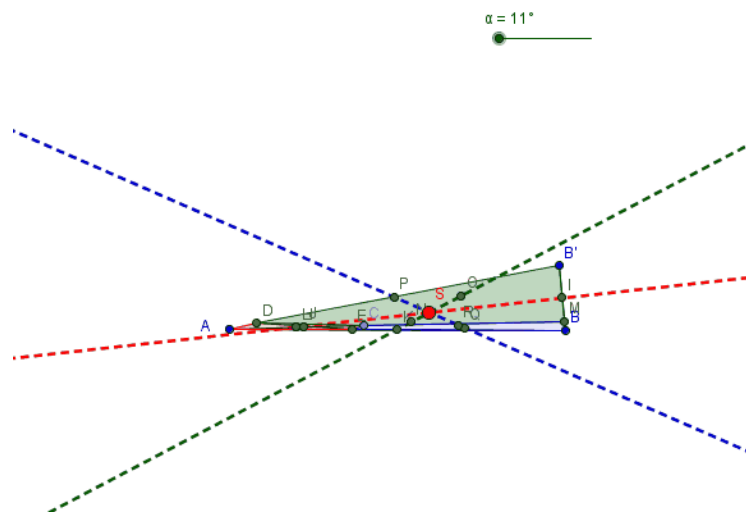
Развитие способности к экспериментальному поиску

# Риски обучения математическому творчеству с использованием DGS

2. Снижение мотивации к развитию навыков критического мышления из-за высокой убедительности демонстраций в DGS.



Точки пересечения лучей, делящих углы треугольника на 3 равные части — точки эллипса.



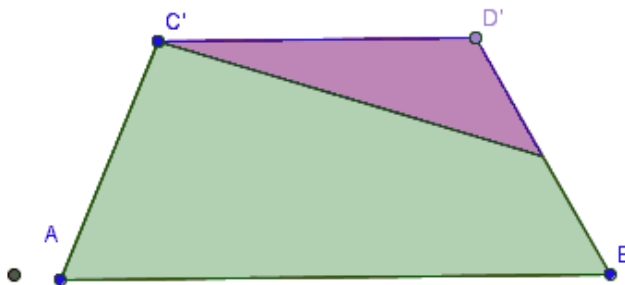
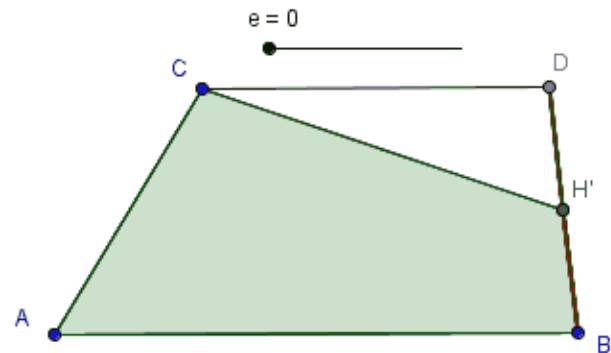
Три прямые Гаусса пересекаются в одной точке

# Риски обучения математическому творчеству с использованием DGS

3. Передача учащимся ложных ориентиров познавательной деятельности, из-за некорректного интерфейса DGS или задание динамики, провоцирующей неверные рассуждения учащегося.

Иллюстрации к выводу формулы площади трапеции

$\alpha = 0^\circ$



# Практическое задание

**Преобразовать** задачу демоверсии ЕГЭ 2014 года в исследовательскую.

**Создать:**

- 1) Манипулятор для деятельности учащихся 1 уровня на 2 уровне.
- 2) Апплет, для деятельности учащихся 2 уровня на 3 уровне.
- 3) Шаблон для деятельности учащихся 3 уровня на 4 уровне.

# Задача

В треугольнике  $ABC$  из вершины  $B$  опущены перпендикуляры  $BK$  и  $BM$  на биссектрисы углов  $A$  и  $C$ .

- 1) Докажите, что  $MK$  параллельна  $AC$ .
- 2) Найдите площадь треугольника  $BMK$ , если  $AB=6$ ,  $BC=8$  и  $AC=10$ .