



Северный (Арктический) федеральный университет
имени М.В. Ломоносова

Институт математики, информационных и космических технологий

**Научные проблемы и инновационные
решения в области математического
образования в контексте
Национальной образовательной инициативы
«Наша новая школа»**

**Шабанова Мария Валерьевна, д.п.н., проф. зав. кафедрой
методики преподавания математики**

НОИ «Наша новая школа»

**Новая школа –
это**

школа для всех

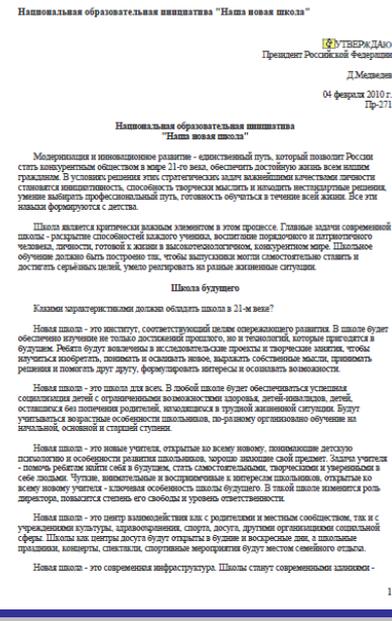
новые учителя

**школа
опережающего
обучения**

современная инфраструктура

**современная система
оценки качества
образования**

**центр взаимодействия как
с родителями, так и с местным
сообществом**



Школа опережающего обучения

В школе будет обеспечено изучение не только достижений прошлого, но и технологий, которые пригодятся в будущем. Ребята будут вовлечены в **исследовательские проекты и творческие занятия, чтобы научиться изобретать, понимать и осваивать новое, выражать собственные мысли, принимать решения и помогать друг другу.**

Новые документы об образовании в России

- Федеральный государственный стандарт общего образования, 2010
- Концепция общенациональной системы выявления и развития молодых талантов, 2012
- Закон об образовании в Российской Федерации, 2013;
- *Концепция развития математического образования в Российской Федерации, 24.12.2013.*

Направление развития общего математического образования

«Математическое образование должно обеспечивать **каждого обучающегося развивающей интеллектуальной деятельностью** на доступном уровне, используя присущую математике красоту и увлекательность.

Обеспечить необходимое стране число выпускников, математическая подготовка которых достаточна для продолжения образования в различных направлениях и для практической деятельности, включая преподавание математики, математические исследования, работу в сфере информационных технологий и др.» (С.6-7)

УТВЕРЖДЕНА
распоряжением Правительства
Российской Федерации
от 24 декабря 2013 г. № 2506-р

КОНЦЕПЦИЯ развития математического образования в Российской Федерации

Настоящая Концепция представляет собой систему взглядов на базовые принципы, цели, задачи и основные направления развития математического образования в Российской Федерации.

1. Значение математики в современном мире и в России

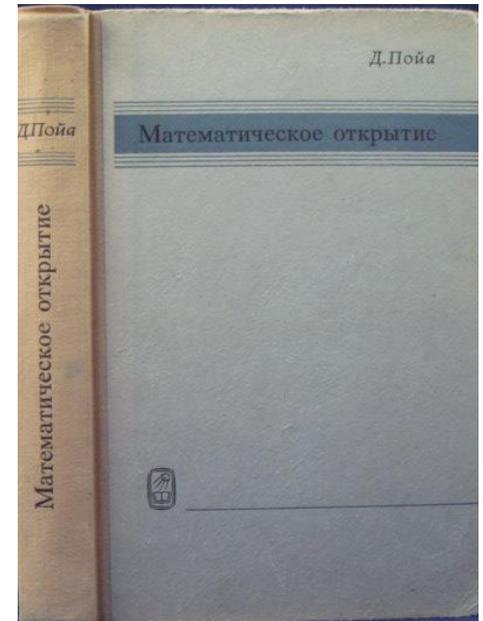
Математика занимает особое место в науке, культуре и общественной жизни, являясь одной из важнейших составляющих мирового научно-технического прогресса. Изучение математики играет системообразующую роль в образовании, развивая познавательные способности человека, в том числе к логическому мышлению, влияя на преподавание других дисциплин. Качественное математическое образование необходимо каждому для его успешной жизни в современном обществе. Успех нашей страны в XXI веке, эффективность использования природных ресурсов, развитие экономики, обороноспособность, создание современных технологий зависят от уровня математической науки, математического образования и математической грамотности всего населения, от эффективного использования современных математических методов. Без высокого уровня математического образования невозможны выполнение поставленной задачи по созданию инновационной экономики, реализация долгосрочных целей и задач социально-экономического развития Российской Федерации, модернизация 25 млн. высокопроизводительных рабочих мест к 2020 году. Развитые страны и страны, совершающие в настоящее время технологический рывок, вкладывают существенные ресурсы в развитие математики и математического образования.

Ключевой вопрос в решении проблемы создания методических условий обеспечения каждого учащегося развивающей интеллектуальной деятельностью

Доступно ли каждому математическое «открытие»?

Особенности трактовки термина «открытие»

Математическое «открытие»
(отнесенное к процессу обучения) –
получение учащимся любого сколь
угодно скромного собственного
математического результата,
обладающего, по крайней мере,
субъективной новизной.



Математическое «открытие» доступно каждому?

Популярный ответ. Математическое открытие доступно только учащимся высокого уровня предметной подготовки и интеллектуального развития.

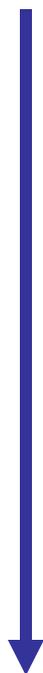
Аргументы психологов

Творчество - проявление наивысшего уровня подготовки или интеллектуального развития



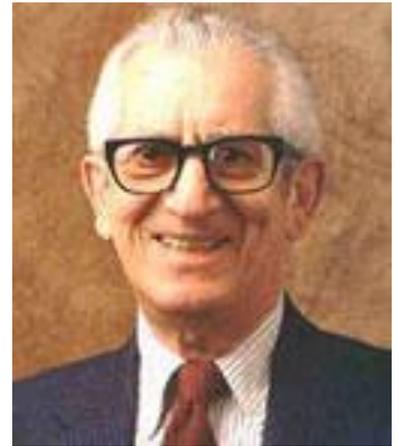
Пример 1. Классификация уровней обучения
Владимир Павлович Беспалько, 1970.

Уровни	Умения
«Знания – знакомства»	распознавать
«Знания – копии»	воспроизводить
«Знания – умения»	Применить в знакомых ситуациях
«Знания – трансформации»	Решение новых задач, проблем, творчество



Аргументы психологов

Пример 2. Таксонометрия образовательных целей Бенджамина Блума, 1956



Аргументы ученых математиков

- Объекты математического исследования имеют высокий уровень абстракции.
- Математическая деятельность имеет знаково-символический характер
- Математические эвристики - искусственны
- К уровню строгости математических рассуждений предъявляются высокие требования.



Александр Яковлевич
Хинчин



Андрей Николаевич
Колмогоров

Проявление на практике



Пример 3. Наблюдение за работой учителя-экспериментатора в ходе проведения урока-исследования «В поисках кратчайшего расстояния»

В ходе урока ждет результата в решении исследовательской задачи только от продвинутых учащихся – 3,4 уровней по van Heile (чаще подходит, спрашивает, советует). Правильные результат решения исследовательской задачи учеником 1 уровня по van Heile отвергает как неосознанный, полученный случайно «Он не понимает, что сделал». Сам ученик, не пытается предъявить свой успех учителю, принимает оценку учителя безоговорочно.

Проявление на практике



Пример 4. Центр образования
«Технологии обучения» г. Москва
для обучения детей с
ограниченными возможностями.

Использует DGS в
обучении только для
демонстрации
алгоритмов с разной
степенью
подробности.

Считают, что
исследовательское
обучение не
возможно для таких
детей

Живая Геометрия - расст-тт(Пифагора)0.gsp
Файл Редактор Вид Построения Преобразования Измерения Графики Окно Справка

Теорема Пифагора

Расстояние между точками. Задача 2

В правильной четырехугольной пирамиде SABCD точка O - центр основания, S - вершина, SO=24, AC=14. Найти расстояние от точки S до точки D.

Условие Дано:
SABCD - правильная пирамида;
SO=24,
AC=14.
Найти: SD - ?

Выносной чертёж

Схема решения

SD - сторона $\triangle SDB$;
 $\triangle SDB$ - р/б (SB=SD, т.к. пирамида правильная),
 $\Rightarrow SO$ - высота, медиана,
 $\Rightarrow \triangle SOD$ - прямоугольный;
SO=24;
можно применить т.Пифагора, если узнать OD=?
ABCD - квадрат (т.к. пирамида правильная)
 $\Rightarrow OD = \frac{BD}{2} = \frac{AC}{2}$.

Решение:

$$OD = \frac{AC}{2} = 7;$$

$\triangle SOD$ - прямоугольный; SO=24;
можно применить т.Пифагора:
 $SD^2 = OD^2 + SO^2$;
 $SD^2 = 49 + 576$;
 $SD^2 = 625$;
SD=25.

Т.ответ: SD=25.

Теорема Пифагора | расст между тт1-прям треуг | расст между тт2-р/б треуг | задача1 для с/р | задача2 для с/р | задача3 для с/р |

Апробация технологии исследовательского обучения геометрии с GeoGebra

Участники проекта МІТЕ
в Архангельской области:

27 – пилотных площадок; 41
учитель, Учащиеся: 7 класс – 284
8 класс – 225, 9 класс – 196, 10-11
классы – 120. Итого – 824 человека

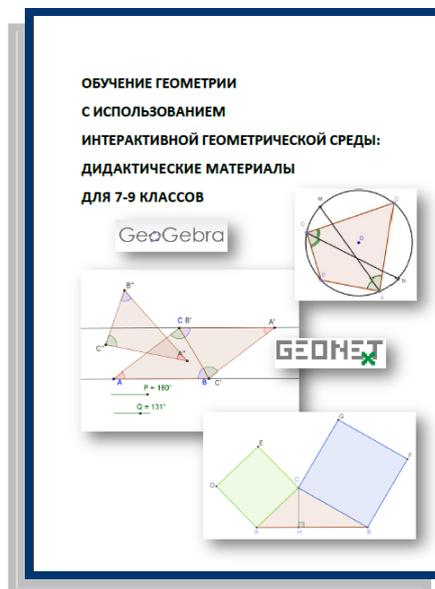


1. Розов Н.Х., Ягола А.Г., Сергеева Т.Ф., Сербис И.Н. Наглядная планиметрия: рабочая тетрадь для 7 класса. М., 2009.79 с.
2. Розов Н.Х., Ягола А.Г., Сергеева Т.Ф., Сербис И.Н. Наглядная планиметрия: рабочая тетрадь для 8 класса. М., 2009.75 с.
3. Розов Н.Х., Ягола А.Г., Сергеева Т.Ф., Сербис И.Н. Наглядная планиметрия: рабочая тетрадь для 9 класса. М., 2009.75 с.

Парадоксы оценки результатов обучения геометрии с использованием DGS

Paradoxes of assessment of learning outcomes geometry using DGS

Математическая грамотность (МГ)	Математическая компетентность (МК)
Элементарная МГ	Уровень воспроизведения
Функциональная МГ	Уровень установления связей
Творческая МГ	Уровень рассуждений



Таксонометрия МГ согласована с таксонометрией системы общественного контроля качества математического образования «Математический портфолио» 5-8 классов.

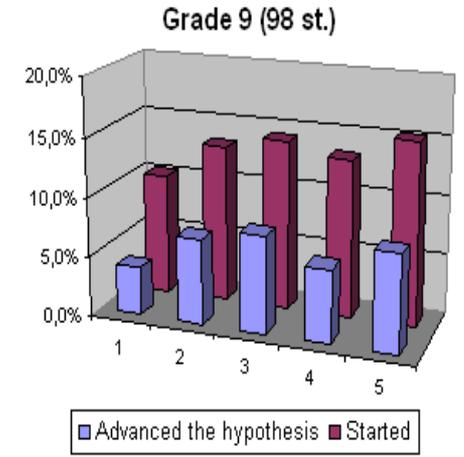
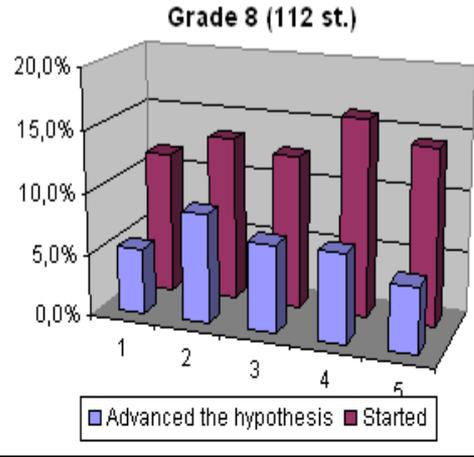
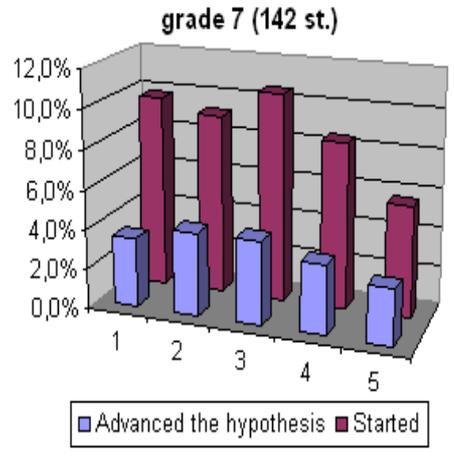


ФИПИ

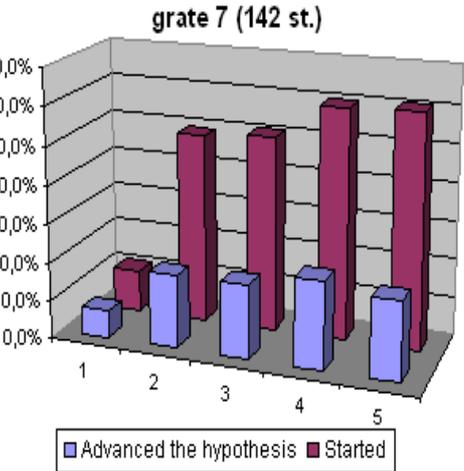
Таксонометрия МК согласована с таксонометрией единого государственного экзамена по математике

Парадоксы оценки результатов обучения геометрии с использованием DGS

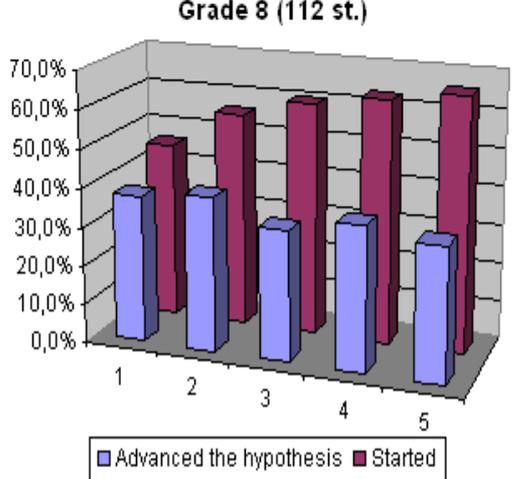
The results of solving creative problem without DGS The results of solving creative problem without DGS, The results of solving creative problem without DGS,



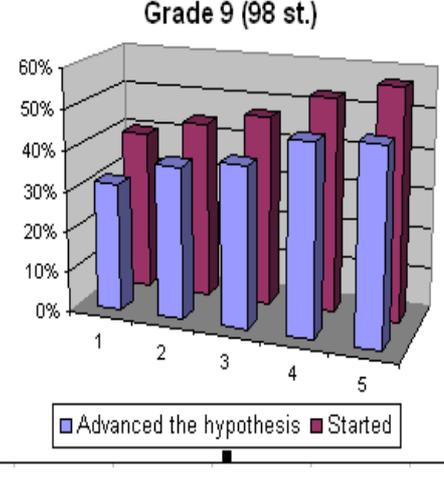
The results of solving creative problem with DGS, grade 7 (142 st.)



The results of solving creative problem with DGS, Grade 8 (112 st.)



The results of solving creative problem with DGS, Grade 9 (98 st.)

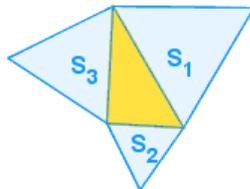


DGS – основной фактор повышения творческой активности учащихся

Знакомая и незнакомая теорема Пифагора

$n=3$


$$S_1 = 1.53 = 0.45 + 1.08 = S_2 + S_3$$



- Высокий уровень творческой активности определяется большей доступностью экспериментального поиска.
- По мере овладения программным обеспечением и компьютерным экспериментом они все успешнее применяют его при решении творческих задач.

Свидетельство доступности экспериментального поиска с DGS

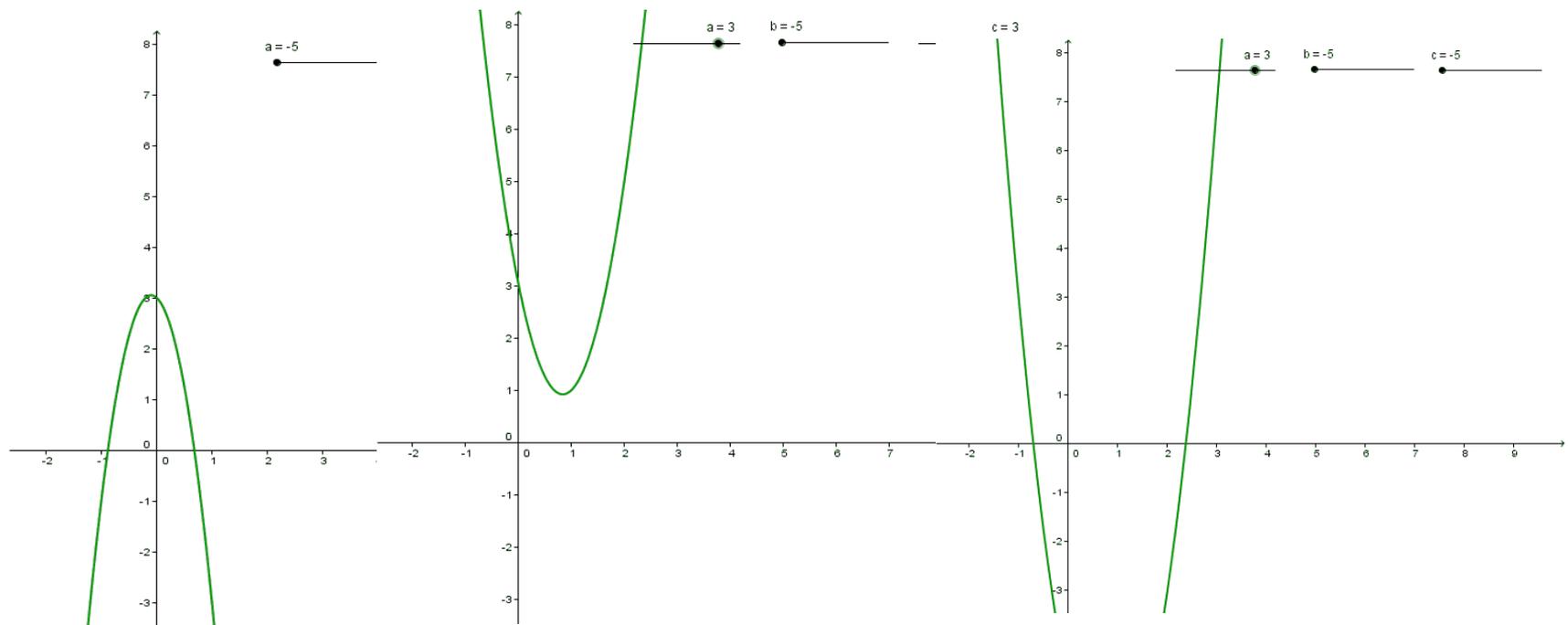
Пример 1. Открытие средствами GeoGebra своего правила определения знаков коэффициентов квадратного трехчлена неуспевающим учащимся 9 класса с ярко-выраженной правополушарной дисфункцией.

Методические условия открытия:

Задание: Построй в GeoGebra график функции, заданной формулой $y = ax^2 + bx + c$, с коэффициентами, которые могут изменять свое значение в пределах от -5 до 5 с шагом 0,1 (по умолчанию). Придумай с его помощью правила для определения знака коэффициента 1) а; 2) с; 3) b.

Свидетельство доступности экспериментального поиска с DGS

Ученик: экспериментирует с динамической моделью до тех пор, пока не приходит в выводу, что он готов угадывать знак коэффициента.



Свидетельство доступности экспериментального поиска с DGS

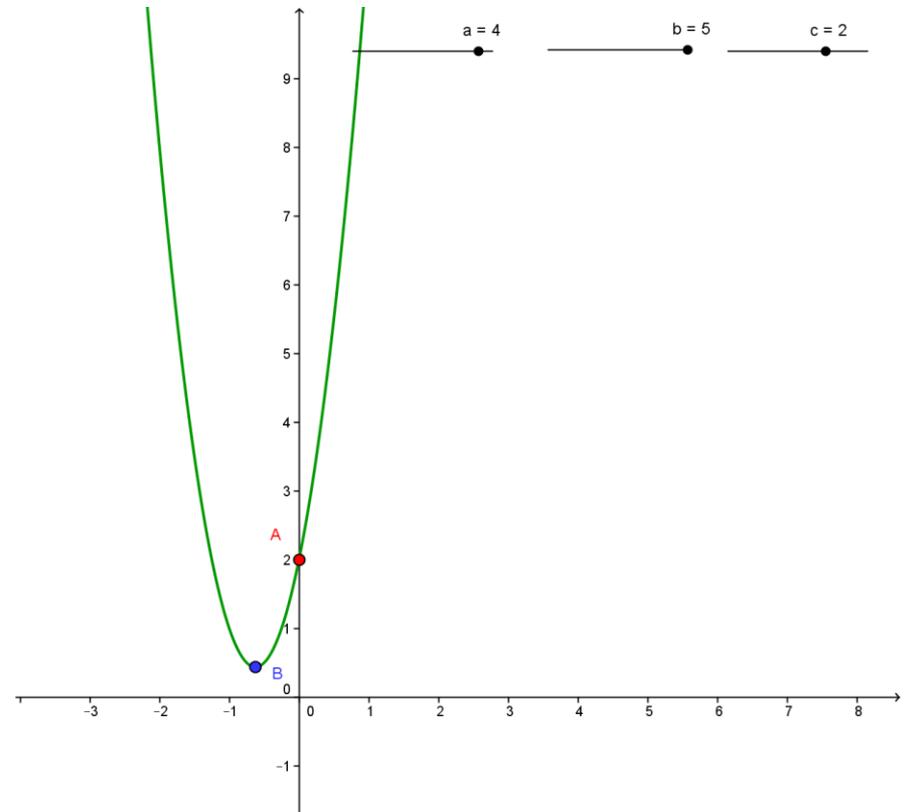
Учитель: предлагает ученику сыграть в игру «Угадай». Он варьирует сочетания знаков и значений коэффициентов.

Ученик угадывает знак требуемого коэффициента.

Если ученик ошибается, то учитель дает ему возможность вернуться к экспериментам. Затем признак учащегося вновь тестируется в игре. До тех пор, пока ученик не начнет давать стабильно правильные ответы.

Свидетельство доступности экспериментального поиска с DGS

Учитель для локализации признаков, предлагает ученику сделать на чертеже значимые для него отметки. Затем, записать или зарисовать признаки, так как хочет ученик для их запоминания.



Свидетельство доступности экспериментального поиска с DGS

Признаки в записи ученика:

а - ветви ↑ значит, положительное.

б - Вершина слева от оси y , значит отрицательное, а если "а" положительное то инверсия.

с - Пересечение с осью y , более 0 то "с" положительное. И наоборот.

$$\text{sign}(b) = \text{sign}(-x_{\hat{a}} \cdot a)$$

$$\text{sign}(c) = \text{sign}(f(0))$$

Динамические листы - средство помощи в решении творческих задач

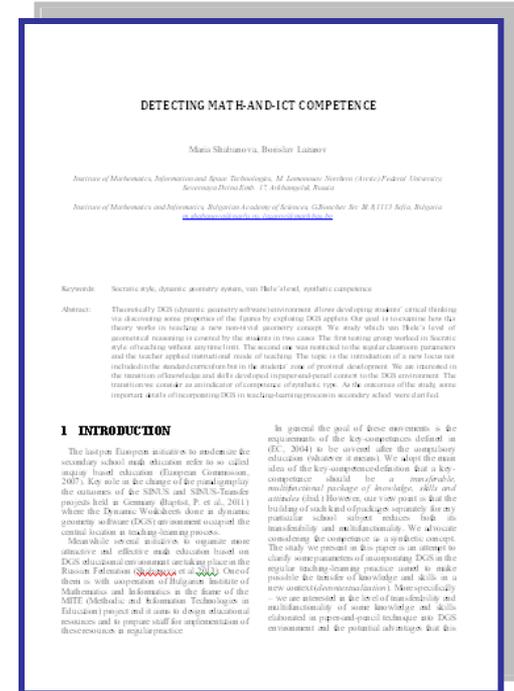
В рамках подготовки статьи был проведен эксперимент, где динамические листы были использованы для помощи учащимся

Problem 1. Найти ГМТ внутри четырехугольника указанного вида, сумма расстояний от которых до прямых, содержащих стороны четырехугольника, наименьшая.

- 1) квадрат
- 2) ромб
- 3) параллелограмм

Problem 2. Найти ГМТ внутри четырехугольника указанного вида, сумма расстояний от которых до сторон четырехугольника, наименьшая.

- 1) квадрат
- 2) ромб
- 3) параллелограмм



В случае затруднений при решении задач учащимся разрешалось использовать готовые динамические листы.

Теоретическая основа разработки динамических ЛИСТОВ

Уровни Van Heile	Характеристика возможностей познания
1 - «Визуализация»	Накопление представлений о многообразии геометрических форм. Наблюдение вещественных моделей.
2 – «Анализ»	Накопление знаний о свойствах классов геометрических форм, обозначенных одним термином. Наблюдение, эксперимент со схематическими моделями.
3 – «Абстракция»	Накопление знаний о связях свойств и классов геометрических форм и пространственных отношений. Эмпирические методы, индукция, локальная дедукция, обобщение.
4 – «Дедукция»	Накопление знаний о связях геометрических утверждений. Глобальная содержательная дедукция.
5 – «Строгость»	Накопление знаний о правилах преобразования утверждений, об уровнях абстракции. Глобальная формальная дедукция. Интерпретации

Теоретическая основа разработки динамических листов

Theoretical basis for the making dynamical worksheets

Уровни геометрической подготовки (по Van Heile)	Уровни интерактивности $n \rightarrow n+1$
1 - «Визуализация»	Манипулятор для экспериментального обнаружения области устойчивости.
2 – «Анализ»	Апплет с ограниченным набором инструментов для обнаружения причин устойчивости.
3 – «Абстракция»	Шаблон *ggb для обнаружения идеи доказательства минимальности.
4 – «Дедукция»	DGS как вспомогательное средство



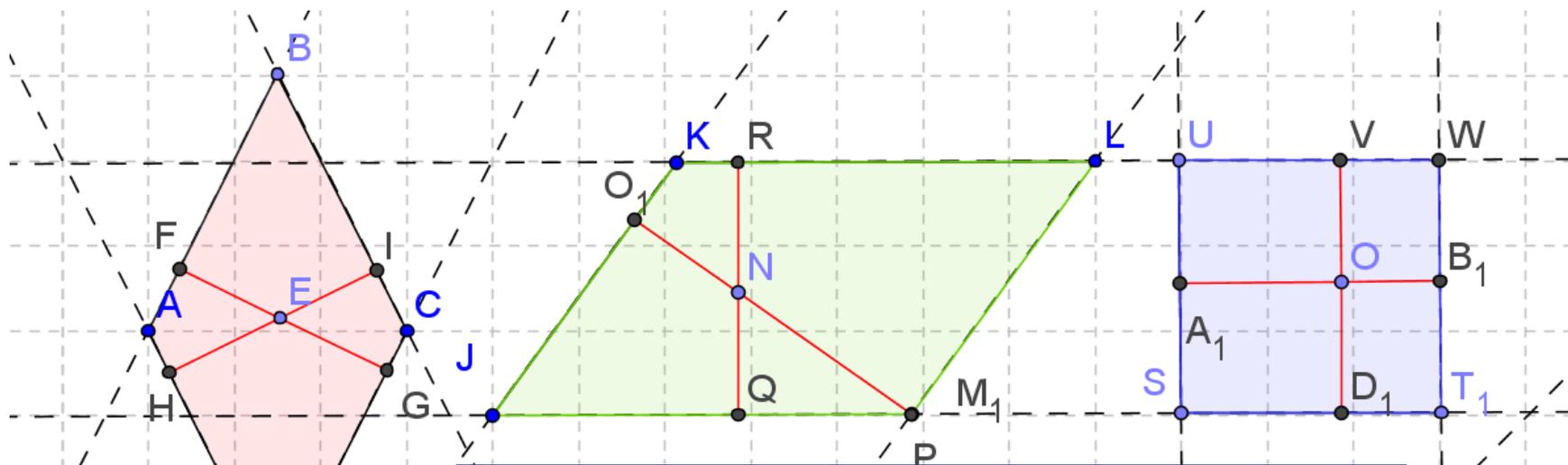
Пример манипулятора для учащихся

1 уровня → 2

Потенциальные возможности

Актуальные возможности

Перемещай точку и наблюдай



Степень свободы перемещения – информация о нормах эксперимента

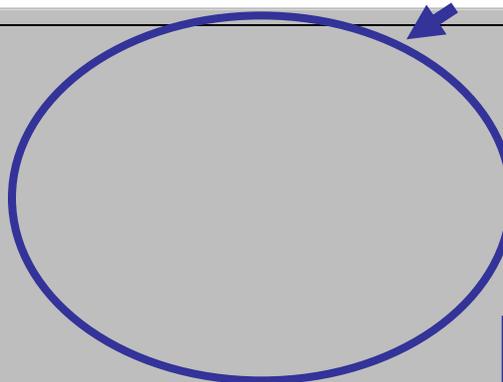
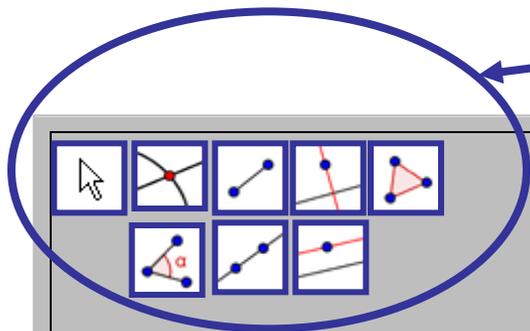
$$EH+EF+EI+EG=10.75$$

$$NO+NR+NQ+NP=13.85$$

$$OA_1+OV+OB_1+OD_1=11.99$$

Апплет для учащихся 2 уровня → 3 с ограниченным набором инструментов

Потенциальные возможности

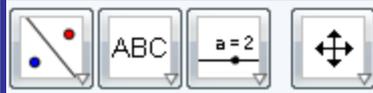


Инструменты
оперирования
образами -
информация о
направлениях
поиска связей

Актуальные возможности

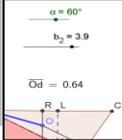
Шаблон *ggb для учащихся 3 уровня →4

Степень свободы перемещения, динамическая запись и введенные условия отображения объектов – информация об нормах и идее доказательства.



Потенциальные возможности

Актуальные возможности

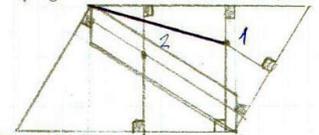


Пример динамического листа, созданного учеником 4 уровня

Бобров лист №1 (до стороны)

Минимальное расстояние от прямой до прямой есть перпендикуляр, если в параллелограмме расстояние (отрезки) от точки к стороне будут не под прямым углом, то есть иначе, то сумма расстояний будет больше,

Два варианта —
в первом случае отрезков к стороне больше, так как один из четырех отрезков не перпендикулярен.
Во втором случае все перпендикулярно и расстояние получается минимальное



Динамические листы – как средство помощи учащимся в математическом творчестве

1 st step. Построено ГМТ
2 st step. Гипотеза
3 st step. Эксперимент
4 st step. Доказательство
5 st step (Problem1). Обобщение
5 st step (Problem2). Частные случаи
6 st step. Развитие идеи

Progress in Problem 1	Group 1 (14 students)		
	S	R	P
1 st step	14	14	14
2 nd step	8	8	8
3 rd step	13	13	12
4 th step	11	10	6
5 th step	1		
Progress in Problem 2	Group 1		
	S	R	P
1 st step	14	14	14
2 nd step	13	13	13
3 rd step	13	13	13
4 th step	9	9	8
5 th step	-	-	2
6 th step	1		

98% -успешности в выдвигении гипотезы

Математическое открытие доступно каждому?

Альтернативный ответ.

Любой ученик может получить собственный математический результат, если способ его получения относится к зоне актуального или ближайшего развития ученика.

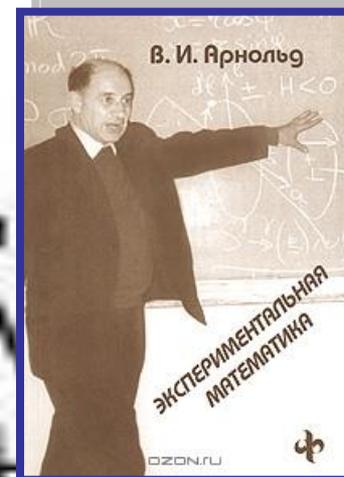
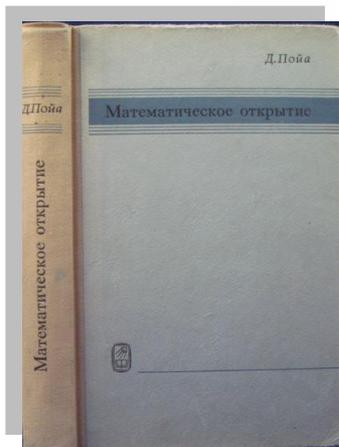
Ключевой ответ в решении проблемы
создания методических условий
обеспечения развивающей
интеллектуальной деятельностью

**Математическое «открытие»
с DGS доступно каждому.**

Риски обучения математическому творчеству с использованием DGS

1.Изменение стиля рассуждений учащихся под влиянием DGS:

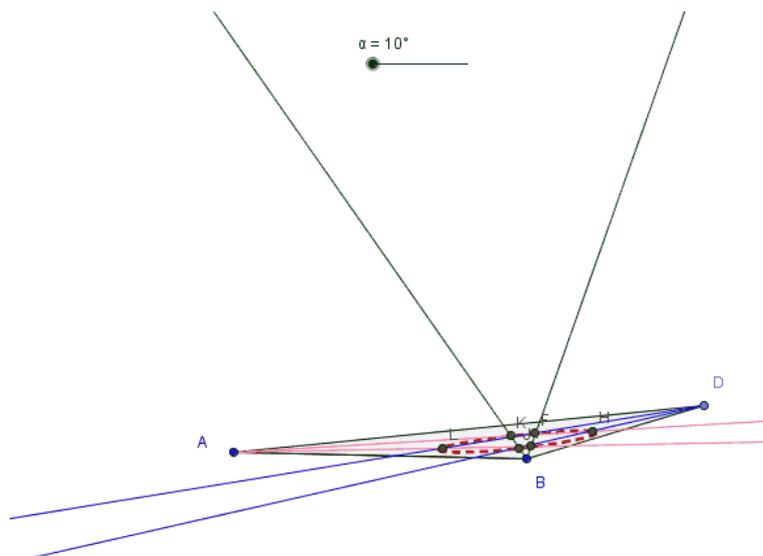
Утрата способности к теоретическому поиску



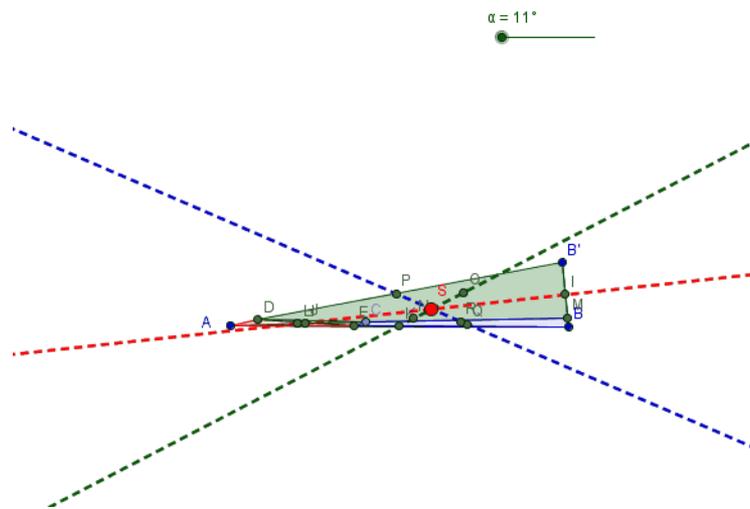
Развитие способности к экспериментальному поиску

Риски обучения математическому творчеству с использованием DGS

2. Снижение мотивации к развитию навыков критического мышления из-за высокой убедительности демонстраций в DGS.



Точки пересечения лучей, делящих углы треугольника на 3 равные части — точки эллипса.



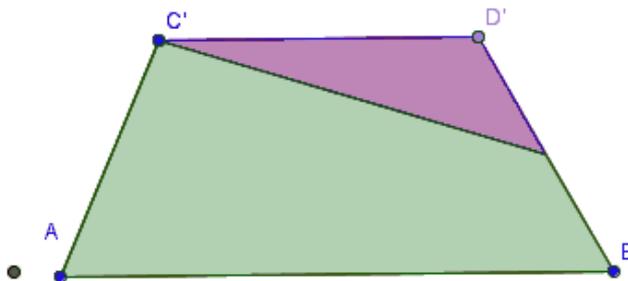
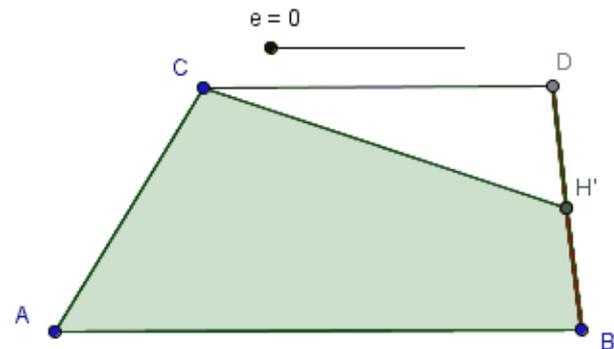
Три прямые Гаусса пересекаются в одной точке

Риски обучения математическому творчеству с использованием DGS

3. Передача учащимся ложных ориентиров познавательной деятельности, из-за некорректного интерфейса DGS или задание динамики, провоцирующей неверные рассуждения учащегося.

Иллюстрации к выводу формулы площади трапеции

$\alpha = 0^\circ$



Практическое задание

Преобразовать задачу демоверсии ЕГЭ 2014 года в исследовательскую.

Создать:

- 1) Манипулятор для деятельности учащихся 1 уровня на 2 уровне.
- 2) Апплет, для деятельности учащихся 2 уровня на 3 уровне.
- 3) Шаблон для деятельности учащихся 3 уровня на 4 уровне.

Задача

В треугольнике ABC из вершины B опущены перпендикуляры BK и BM на биссектрисы углов A и C .

- 1) Докажите, что MK параллельна AC .
- 2) Найдите площадь треугольника BMK , если $AB=6$, $BC=8$ и $AC=10$.