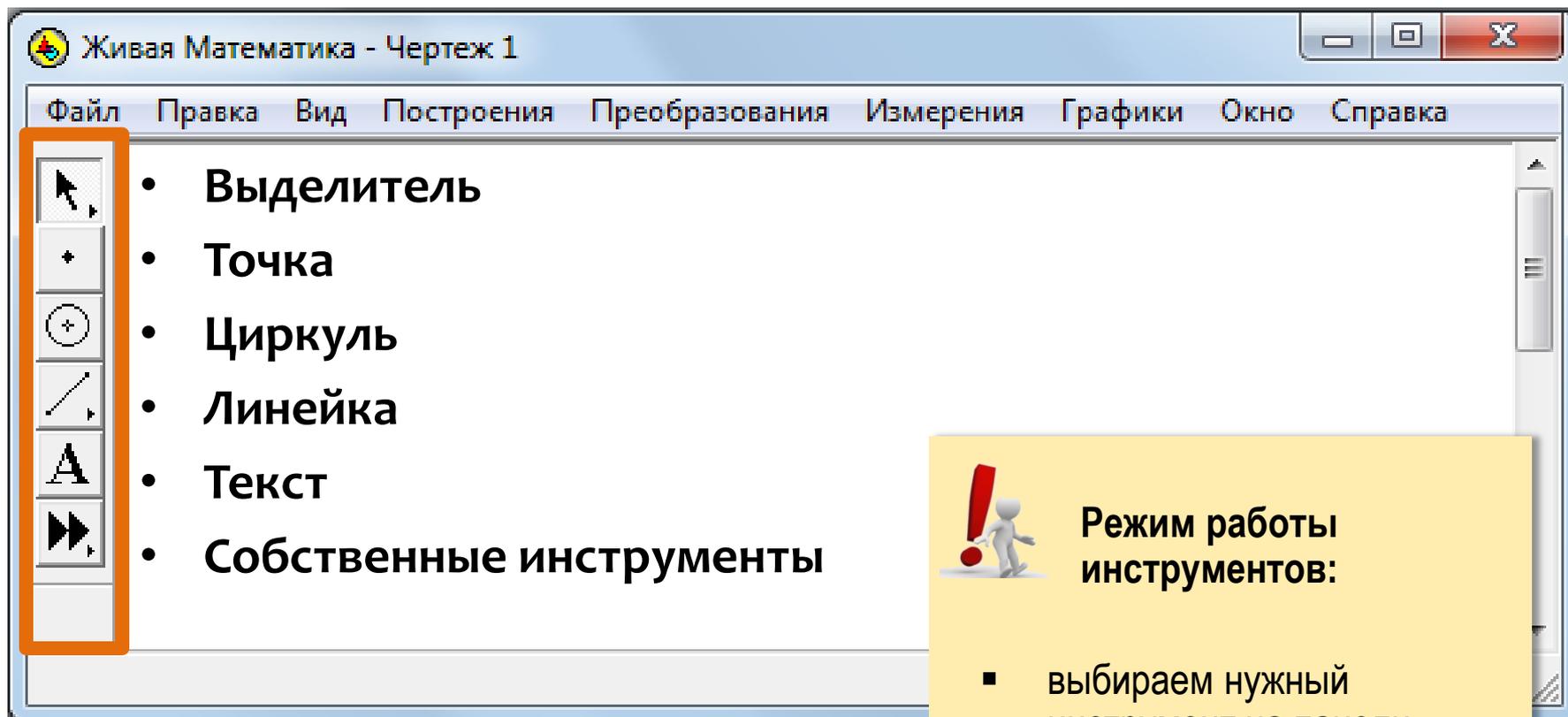


*Виртуальная
математическая
лаборатория*

**ЖИВАЯ
МАТЕМАТИКА**

Инструменты



Режим работы инструментов:

- выбираем нужный инструмент на панели,
- указываем им место или исходные элементы для данного построения

Построения



Живая Математика - [Чертеж 1]

Файл Правка Вид **Построения** Преобразования Измерения Графики Окно Справка

Поместить новую точку на объект

Середина Ctrl+M

Пересечение Ctrl+I

Отрезки Ctrl+L

Лучи

Прямые

Параллельная прямая

Перпендикуляр

Биссектриса

Окружность по центру и точке

Окружность по центру и радиусу

Дуга на окружности

Дуга через 3 точки

Внутренняя область Ctrl+P

Геометрическое место

$\overline{DE} = 4,42$ см

D

Радиус $\widehat{ABC} = 4,4$

Провести биссектрису угла, заданного тремя точками



**Построения
выполняются
в режиме команды:**

- выделяем исходные элементы,
- применяем к ним нужную команду (построение), для чего выбираем из списка построение.
- Активизируются только те команды, которые можно выполнить.

Меню ПРАВКА



The screenshot displays the 'Живая Математика - [Чертеж 3]' application window. The 'Правка' (Edit) menu is open, showing various options. Two items are highlighted with orange boxes and arrows: 'Кнопки' (Buttons) and 'Настройки / Единицы ...' (Settings / Units ...). The 'Настройки / Единицы' dialog box is also open, showing the 'Единицы' (Units) tab. The dialog box contains several settings, including a checked option for 'Автоматически менять настройки при изменении цвета объектов на чертеже' (Automatically change settings when the color of objects on the drawing changes) and a color selection table.

Единицы	Цвет	Текст			
<input checked="" type="checkbox"/> Автоматически менять настройки при изменении цвета объектов на чертеже					
Точки:		Области:		Фон:	
Прямые:		Геом. место точек:		Выделенное:	
Окружности:		Графики:			

Additional settings in the dialog box include:

- След плавно исчезает со временем:
- Применить к: этому чертежу новому чертежу

Buttons at the bottom of the dialog box: Справка, Отмена, OK.

ЗАДАНИЕ 1



Живая Математика - Чертеж 1

Файл Плавка Вид Построения Преобразования Измерения Графики Окно Справка

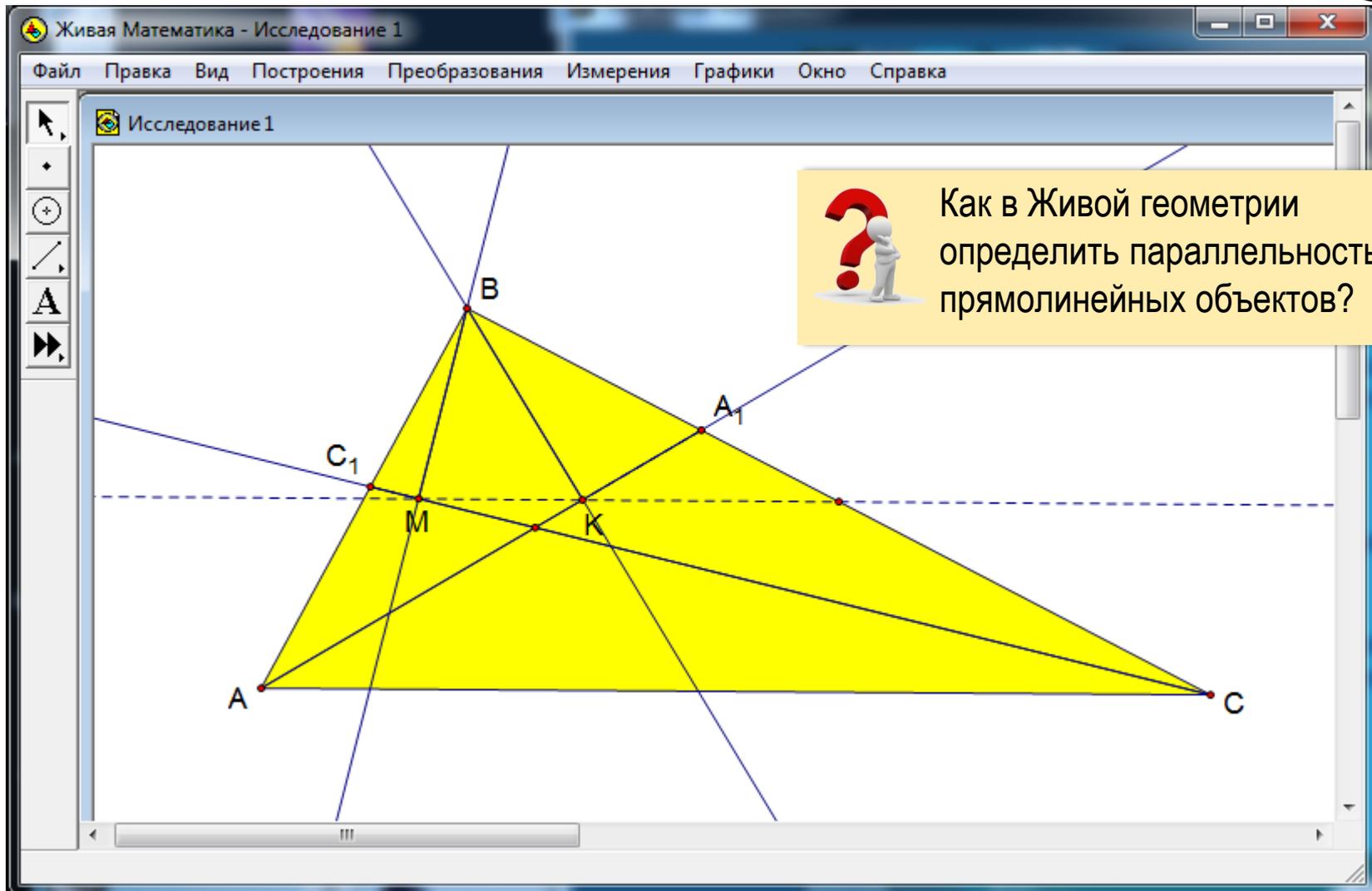


Конструктивный эксперимент.
В треугольнике ABC проведены биссектрисы AA_1 и CC_1 , K и M – основания перпендикуляров, опущенных из точки B на прямые AA_1 и CC_1 .
Постройте динамический чертёж и исследуйте взаимное расположение прямой KM относительно сторон треугольника.



Чертёж пока не редактируйте!

Динамический чертёж



Динамический чертёж



Живая Математика - Исследование 1

Файл Правка Вид Построения Преобразования Измерения Графики Окно Справка

Исследование 1

Наклон $\overline{AC} = 0,15$
Наклон $\overleftrightarrow{MK} = 0,15$

Вывести предков
Вывести потомков
Свойства...
 Пунктирная
Тонкая
Жирная
Цвет
Скрыть прямую
Показать имя
Переименовать прямую...
Оставлять след прямой
Анимация прямой
Отметить ось отражения
Наклон
уравнение

Измерить наклон выбранного отрезка, луча или прямой

Меню ФАЙЛ



Живая Математика - [Чертеж 1]

Файл Плавка Вид Построения Преобразования Измерения Графики Окно Справка

- Новый чертеж Ctrl+N
- Открыть... Ctrl+O
- Сохранить... Ctrl+S
- Сохранить как ...**
- Закрывать... Ctrl+W
- Настройки документа...
- Параметры печати...
- Предварительный просмотр...
- Печать...
- Выход Ctrl+Q

Сохранить как...

Папка: Рабочий стол

- Библиотеки Системная папка
- Андрей Системная папка
- Компьютер

Имя файла: Чертеж Сохранить

Тип файла: Чертеж Живой Математики (*.gsp) Отмена

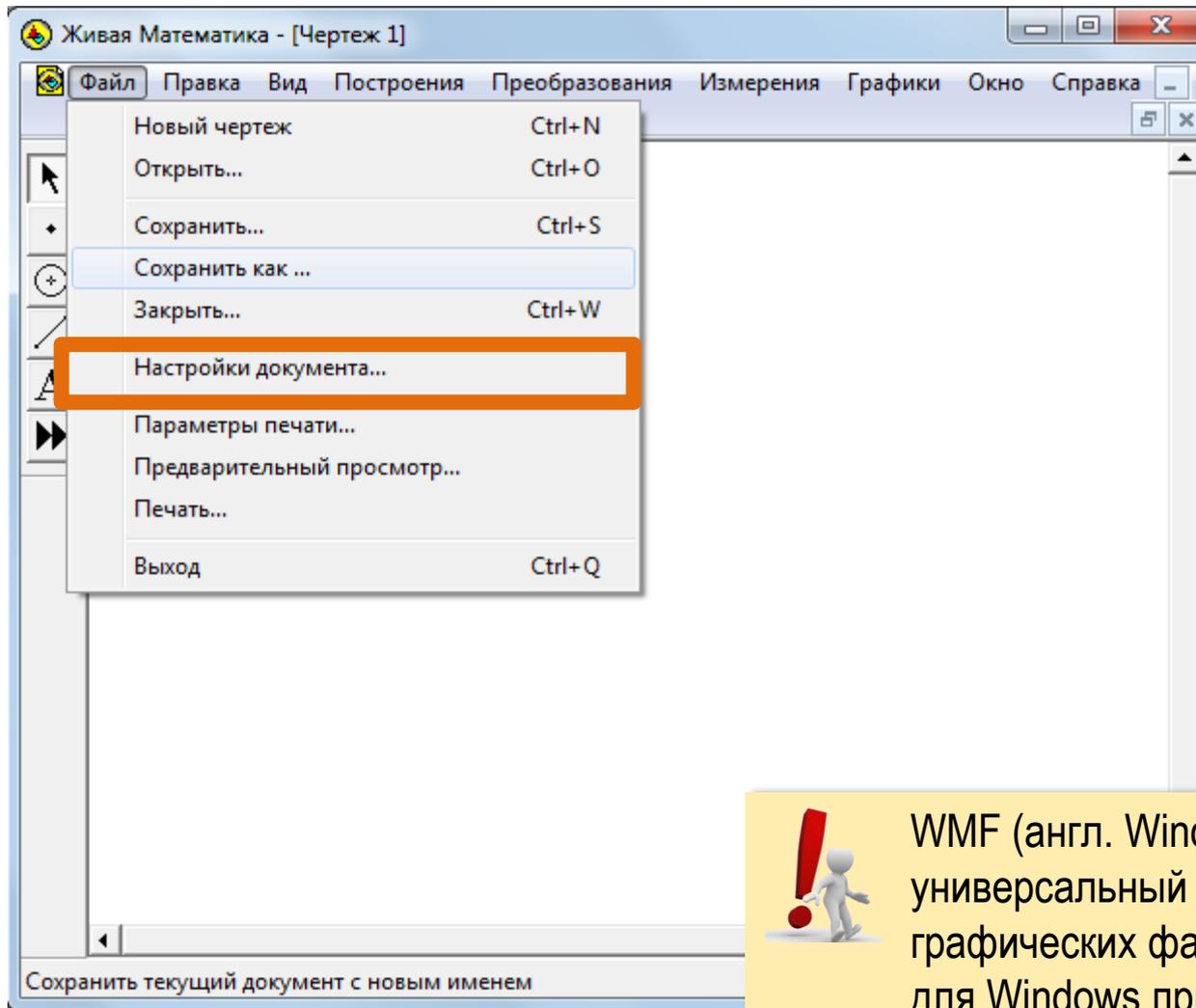
- Чертеж Живой Математики (*.gsp)
- Файлы для компьютера КАССИОПЕЯ (*.gs4)
- HTML/JavaSketchpad документ (*.htm)
- Расширенный метафайл (*.emf)
- Метафайл Windows (*.wmf)

Сохранить текущий документ с новым именем



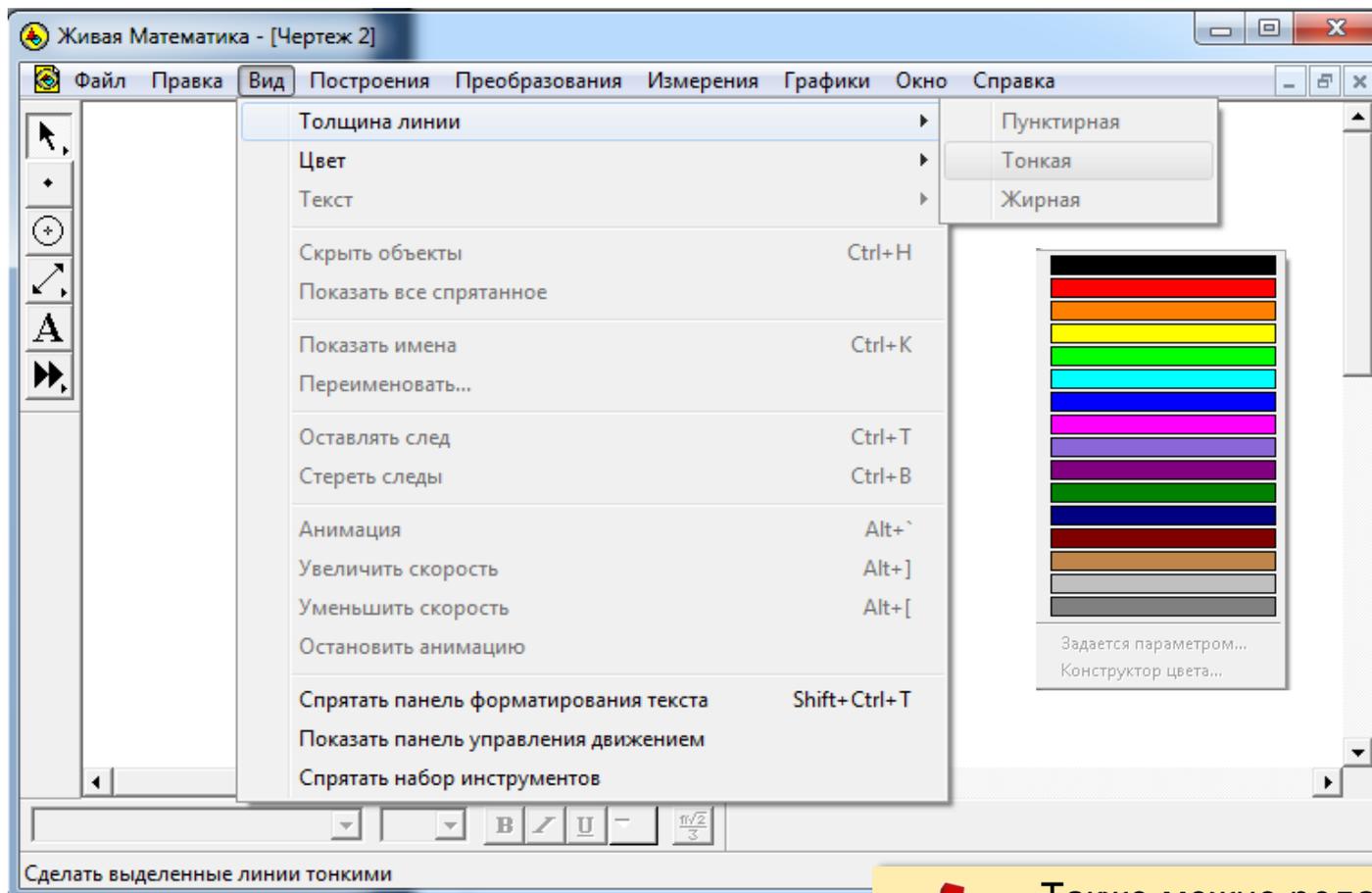
WMF (англ. Windows MetaFile) — универсальный формат векторных графических файлов для Windows приложений.

Меню ФАЙЛ



WMF (англ. Windows MetaFile) — универсальный формат векторных графических файлов для Windows приложений.

Редактирование чертежа. Меню ВИД



Также можно редактировать с помощью контекстного меню (выделить объект и кликнуть правой кнопкой мыши).

Отредактированный чертёж



The screenshot shows a window titled "Живая Математика - [Чертёж 1]". The menu bar includes "Файл", "Правка", "Вид", "Построения", "Преобразования", "Измерения", "Графики", "Окно", and "Справка". The main workspace displays a triangle with vertices A , B , and C_1 . A point M is on AC_1 and a point K is on BC_1 . A dashed horizontal line passes through M and K . A point A_1 is on BC_1 . The triangle ABK is shaded in light green. The status bar at the bottom shows "1 Отредактированный чертёж" and various tool icons.



Результаты эксперимента

- $MK \parallel AC$,
- MK делит AB и BC пополам.



Важный вывод из эксперимента

- высота треугольника BKM равна
....

ЗАДАНИЕ 2



Численный эксперимент.

Найдите отношение площади треугольника $ВКМ$ к площади треугольника $АВС$, если $АВ = с$, $АС = b$, $ВС = а$.



Возможно, что отношение не зависит от сторон треугольника.

Измерим сначала площади треугольников и найдем их отношение.

Меню ИЗМЕРЕНИЯ



Живая Математика - [Чертеж 1]

Файл Правка Вид Построения Преобразования Измерения Графики Окно Справка

- Длина
- Расстояние
- Периметр
- Длина окружности
- Угол
- Площадь**
- Угловая мера дуги
- Длина дуги
- Радиус
- Отношение
- Вычислить...
- Координаты
- Абсцисса (x)
- Ордината (y)
- Расстояние в системе координат
- Наклон
- Уравнение

Измерить площадь выделенного объекта

Что следует выделить для вычисления площади?

Меню ИЗМЕРЕНИЯ



Живая Математика - [Исследование 0 - Отредактированный чертеж]

Файл Правка Вид Построения Преобразования Измерения Графики Окно Справка

Площадь $\triangle ABC = 33,46 \text{ см}^2$
Площадь $\triangle BМК = 7,56 \text{ см}^2$

М В А
C₁ K A₁

- Длина
- Расстояние
- Периметр
- Длина окружности
- Угол
- Площадь
- Угловая мера дуги
- Длина дуги
- Радиус
- Отношение
- Вычислить... Alt+=**
- Координаты
- Абсцисса (x)
- Ордината (y)
- Расстояние в системе координат
- Наклон
- Уравнение

1 Отредактированный чертеж

Вычислить выражение

Меню ИЗМЕРЕНИЯ



Живая Математика - [Исследование 0 - Отредактированный чертеж]

Файл Правка Вид Построения Преобразования Измерения Графики Окно Справка

Площадь $\triangle ABC = 33,46 \text{ см}^2$
Площадь $\triangle BМК = 7,56 \text{ см}^2$

Новое вычисление...

$$\frac{\text{(Площадь } \triangle ABC)}{\text{(Площадь } \triangle BМК)} = 4,42475$$

Площадь $\triangle ABC$ / Площадь $\triangle BМК$

7 8 9 + ^ Значения -
4 5 6 - (Функции -
1 2 3 *) Единицы -
0 , ÷ ←

Справка Отмена Готово

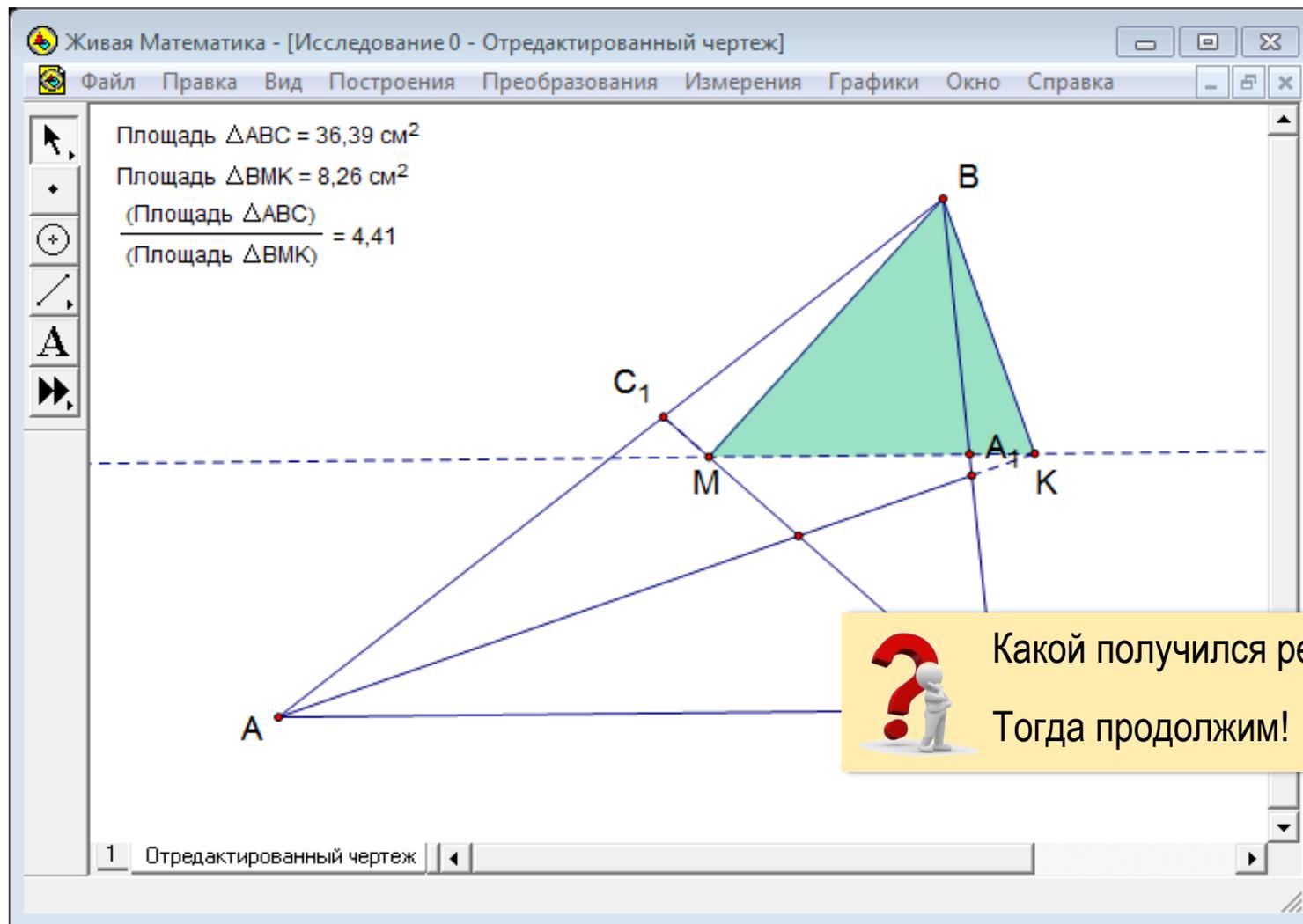
1 Отредактированный чертеж

Вычислить выражение



Выделяем левой кнопкой мыши те величины, которые нужно вставить в формулу для вычисления.

Численный эксперимент



ЗАДАНИЕ 3



Живая Математика - Чертеж 1

Файл Правка Вид Построения Преобразования Измерения Графики Окно Справка

Численный эксперимент.
Найдите отношение площади треугольника $ВКМ$ к площади треугольника $АВС$, если $АВ = с$, $АС = b$, $ВС = а$.

Отношение всё-таки зависит от сторон треугольника.
Измерим стороны и найдем их отношение.

Таблица. Шаг 1



Живая Математика - [Исследование 0 - Отредактированный чертеж]

Файл Плавка Вид Построения Преобразования Измерения **Графики** Окно Справка

Площадь $\triangle ABC = 36,39 \text{ см}^2$
Площадь $\triangle BМК = 8,26 \text{ см}^2$

AB = 11,8 см
CB = 7,3 см
AC = 10,0 см
МК = 4,6 см

С₁
М
А

1 Отредактированный чертеж

Занести выделенные измерения в таблицу

Графики

- Задать систему координат
- Отметить систему координат
- Форма сетки
- Показать сетку
- Привязывать точки к сетке
- Построить точку с координатами...
- Новый параметр... Shift+Ctrl+P
- Новая функция... Ctrl+F
- Построить график функции... Ctrl+G
- Производная
- Заполнять таблицу**
- Добавить данные в таблицу...
- Удалить данные из таблицы...



Отмечаем с помощью выделителя те величины, которые будем записывать в таблицу. Выбираем команду **Заполнять таблицу**.

Таблица. Шаг 2



Живая Математика - [Исследование 0 - Отредактированный чертеж]

Файл Правка Вид Построения Преобразования Измерения **Графики** Окно Справка

Площадь $\triangle ABC = 36,39 \text{ см}^2$
Площадь $\triangle BMK = 8,26 \text{ см}^2$

AB = 11,8 см
CB = 7,3 см
AC = 10,0 см
MK = 4,6 см

AB	CB	AC	MK
11,8 см	7,3 см		

1

2

3

Добавить данные в таблицу

- Добавить одну строку с текущими значениями
- Добавить строк с меняющимися значениями
Добавлять 1 строку каждые секунд

Чтобы добавить новую строку, дважды щелкните мышкой в таблице.

Справка Отмена **3** Готово

Таблица. Шаг 3



Живая Математика - [Исследование 0 - Отредактированный чертёж]

Файл Правка Вид Построения Преобразования Измерения Графики Окно Справка

Площадь $\triangle ABC = 38,79 \text{ см}^2$
Площадь $\triangle BМК = 9,39 \text{ см}^2$

AB = 11,9 см
CB = 7,8 см
AC = 10,0 см
МК = 4,9 см

AB	CB	AC	МК
11,8 см	7,3 см	10,0 см	4,6 см
10,6 см	7,0 см	10,0 см	3,8 см
8,8 см	6,6 см	10,0 см	2,7 см
6,9 см	6,8 см	10,0 см	1,8 см
5,0 см	7,5 см	10,0 см	1,2 см
3,4 см	8,6 см	10,0 см	1,0 см
2,0 см	9,6 см	10,0 см	0,8 см
1,4 см	10,4 см	10,0 см	0,9 см
1,4 см	10,4 см	10,0 см	0,9 см
1,4 см	10,5 см	10,0 см	0,9 см
11,9 см	7,8 см	10,0 см	4,9 см

1 Отредактированный чертёж

 Двигаем точку В.
Измерения автоматически записываются в таблицу!

 Есть ли какая-нибудь закономерность?
Сформулируйте гипотезу.
Проверим!

Таблица. Проверка гипотезы



Живая Математика - [Исследование 0 - Отредактированный чертеж]

Файл Плавка Вид Построения Преобразования Измерения Графики Окно Справка

Площадь $\triangle ABC = 33,23 \text{ см}^2$
 Площадь $\triangle BМК = 6,46 \text{ см}^2$

$AB = 11,1 \text{ см}$
 $CB = 6,7 \text{ см}$
 $AC = 10,0 \text{ см}$
 $MK = 3,9 \text{ см}$

$\frac{(AB+CB)-AC}{2} = 3,9 \text{ см}$

AB	CB	AC	MK	$\frac{(AB+CB)-AC}{2}$
12,0 см	7,6 см	10,0 см	4,8 см	4,8 см
10,9 см	6,5 см	10,0 см	3,7 см	3,7 см
7,8 см	4,7 см	10,0 см	1,2 см	1,2 см
5,8 см	4,6 см	10,0 см	0,2 см	0,2 см
4,0 см	6,2 см	10,0 см	0,1 см	0,1 см
3,5 см	7,2 см	10,0 см	0,3 см	0,3 см
6,9 см	9,5 см	10,0 см	3,2 см	3,2 см
9,2 см	10,0 см	10,0 см	4,6 см	4,6 см
10,2 см	7,4 см	10,0 см	3,8 см	3,8 см
12,2 см	7,0 см	10,0 см	4,6 см	4,6 см
11,1 см	6,7 см	10,0 см	3,9 см	3,9 см

1 Отредактированный чертеж

Выделено измеренные расстояния: 5

Осталось:

- доказать гипотезу,
- найти искомое отношение

Доказательство. Вернёмся к чертежу 1



Живая Математика - Исследование 1

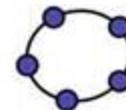
Файл Правка Вид Построения Преобразования Измерения Графики Окно Справка

Исследование 1

Найдите на чертеже:

- треугольники «хорошего» вида,
- треугольник, с помощью которого можно найти площадь треугольника ВКМ.

ЗАДАНИЕ 3



Живая Математика - Чертеж 1

Файл Плавка Вид Построения Преобразования Измерения Графики Окно Справка



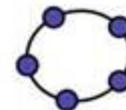
Эксперимент «Черный ящик».

Проведите через точку M , данную внутри угла, прямую так, чтобы отрезок, отсекаемый на ней сторонами угла, делился в точке M пополам.

Построим динамическую модель:

- угол произвольной величины,
- точку M внутри угла,
- точку X на одной из сторон угла,
- точку Y , удовлетворяющую условию задачи: точка M делит отрезок XY пополам.

Построение



Живая Математика - [Исследование 0 - 3]

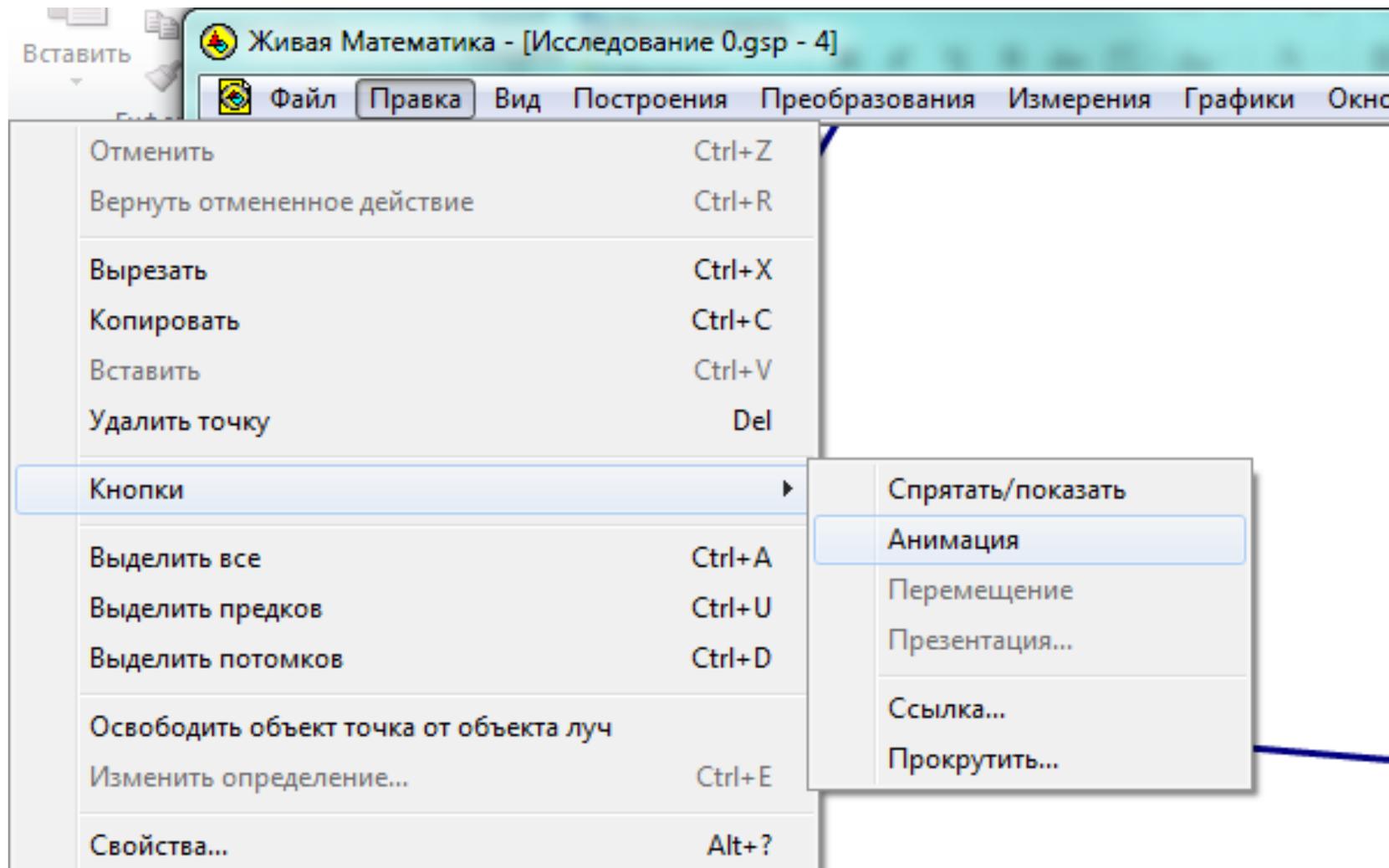
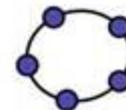
Файл Правка Вид Построения Преобразования Измерения Графики Окно Справка

1 | Отредактированный чертеж | 3

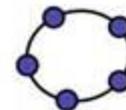
Найдем ГМТ точки Y:

- с помощью анимации следа точки,
- с помощью команды Геометрическое место точек.

Анимация следов. Шаг 1



Анимация следов. Шаг 2



Вставить

Живая Математика - [Исследование 0.gsp - 4]

Файл Правка Вид Построения Преобразования Измерения Графики Окно Справка

Толщина линии

Цвет

Текст

Скрыть пересечение Ctrl+H

Показать все спрятанное

Спрятать имя Ctrl+K

Переименовать пересечение...

Оставлять след пересечения Ctrl+T

Стереть следы Ctrl+B

Анимация пересечения Alt+`

Увеличить скорость Alt+]

Уменьшить скорость Alt+[

Остановить анимацию

Показать панель форматирования текста Shift+Ctrl+T

Показать панель управления движением

Y

M

Выделить предков

Освободить объект пересечения от объекта линии

Свойства...

Цвет

Скрыть пересечение

Спрятать имя

Переименовать пересечение...

Оставлять след пересечения

Анимация пересечения

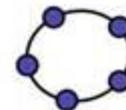
Отметить центр

Координаты

Абсцисса (x)

Ордината (y)

Анимация следов. Шаг 3



Живая Математика - [Исследование 0.gsp - 4]

Файл Правка Вид Построения Преобразования Измерения Графики Окно Справка

Анимация точки

Y

M

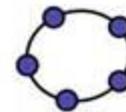
1 | Отредактированный чертеж | Отредактированный чертеж | 4 |

Выделено:

Анимация:

- запуск – нажимаем на конопку,
- остановка -- нажимаем на конопку.

Геометрическое место точек



Живая Математика - [Исследование 0.gsp - 4]

Файл Правка Вид Построения Преобразования Измерения Графики Окно Справка

Анимация точки

Y

M

1 Отредактированный чертеж Отредактированный чертеж 4

ГМТ точки Y:

- выделяем точку Y,
- выделяем точку X,
- в меню **Построения** выбираем команду **Геометрическое место точек**.