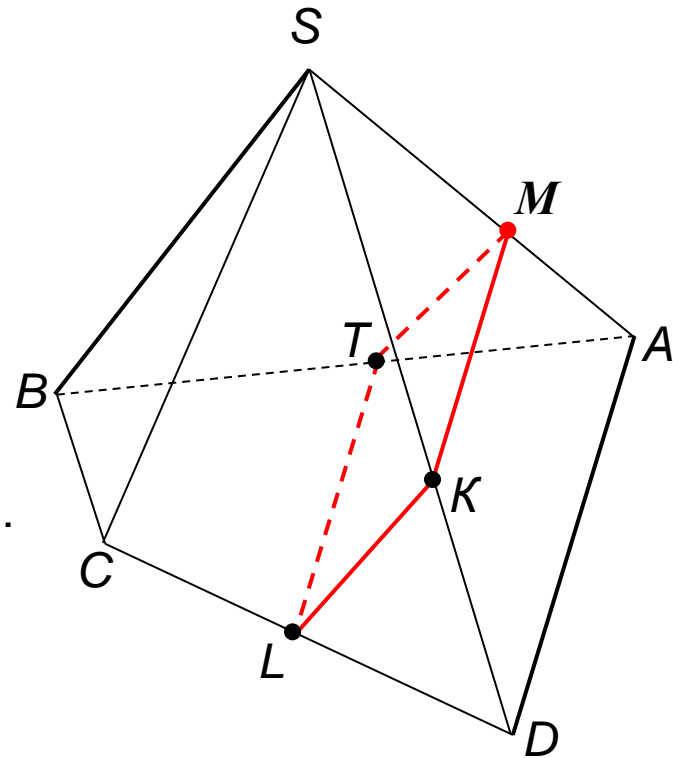


# Методы построения сечений многогранников

**Пример 1.** Постройте плоскость, проходящую через данную точку, параллельно двум скрещивающимся прямым.

**Пример 2.** Постройте сечение пирамиды  $SABCD$  плоскостью, проходящее через точку  $M$  ребра  $SA$  параллельно рёбрам  $SB$  и  $AD$ .

1. В  $(ASB)$  строим  $MT \parallel SB$ .
2. В  $(ABCD)$  строим  $TL \parallel AD$ .
3. В  $(SAD)$  строим  $MK \parallel AD$ .
4. В  $(SCD)$  соединяем  $K$  и  $L$ .
5.  $MKLT$  – искомое сечение (трапеция).



## Виды задач на построение по характеру требований к уровню строгости их решения

Виды задач	Условно разрешимые	Позиционные	Метрические
Описание	Задачи, допускающие лишь доказательство потенциальной осуществимости конструктивных процедур	Задачи, допускающие нахождение взаимного расположения фигур, т.е. построение точек и линий их пересечения	Задачи, допускающие восстановление оригинала по изображению с точностью до подобия, т.е. определение всех свойств фигур, не сохраняющихся при параллельном проецировании
Критерий	Неполное изображение данных	Полное изображение данных	Метрически определенное изображение данных
Инструменты	Воображаемый инструмент, позволяющий строить плоскость в пространстве – «пластинка»	Линейка без масштаба	Линейка и циркуль
Методы решения	аксиоматический		
		следов внутреннего проецирования вспомогательных сечений	
			вычислительный векторно-координатный выносных чертежей

**Простейшие позиционные задачи** – задачи на построение сечений призм и пирамид плоскостью, заданной явно или частично условно.

**Явный** способ задания с/п:

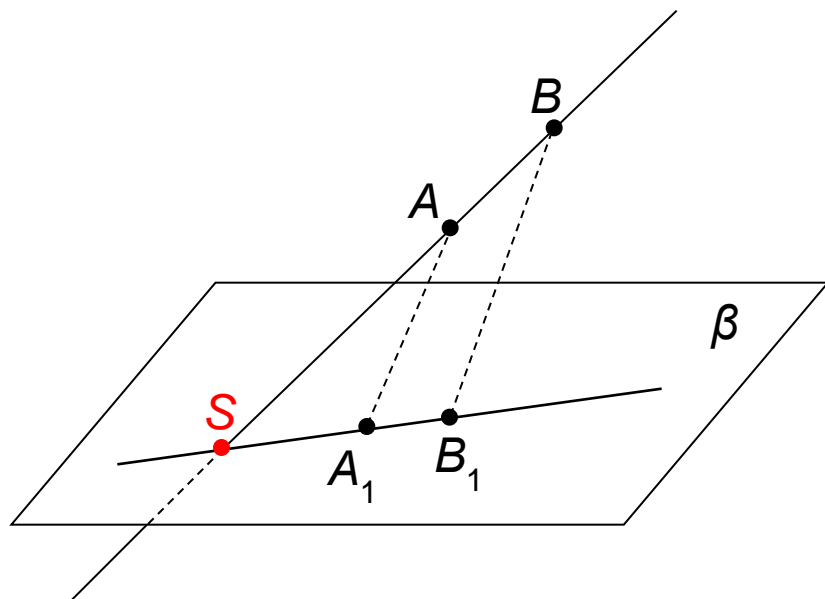
- 3 точки, не лежащие на одной прямой;
- 2 пересекающиеся прямые;
- прямая и точка, не лежащая на ней;
- 2 параллельными прямые.

**Частично условный** способ задания с/п:

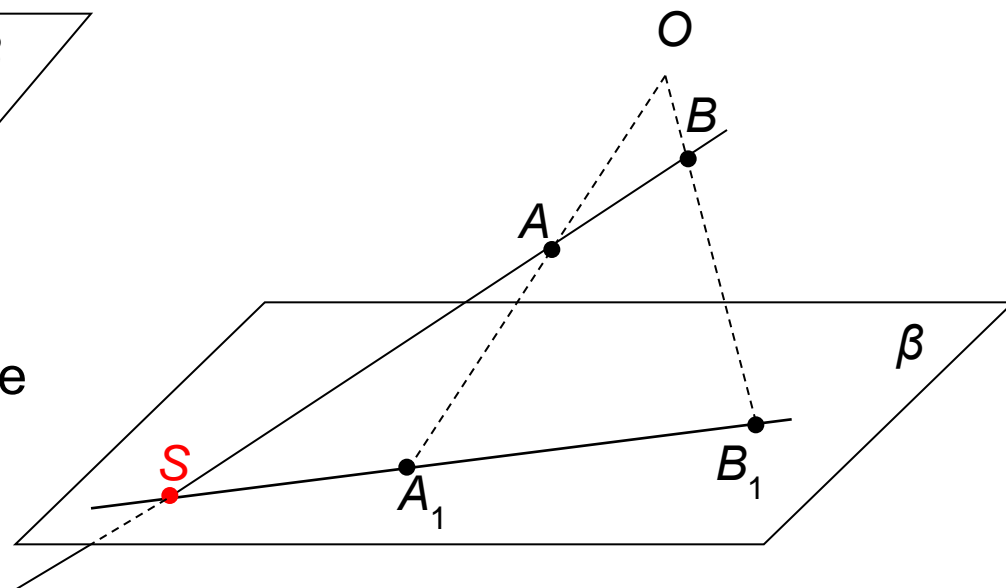
дан один явный элемент с/п (точка или прямая)  
и условие  $\parallel$  или  $\perp$  с/п по отношению к элементам МГ.

**Опорная задача 1.** Построить точку пересечения прямой  $AB$  с плоскостью  $\beta$ .

(Построить **след прямой** на плоскости при заданном направлении проецирования)



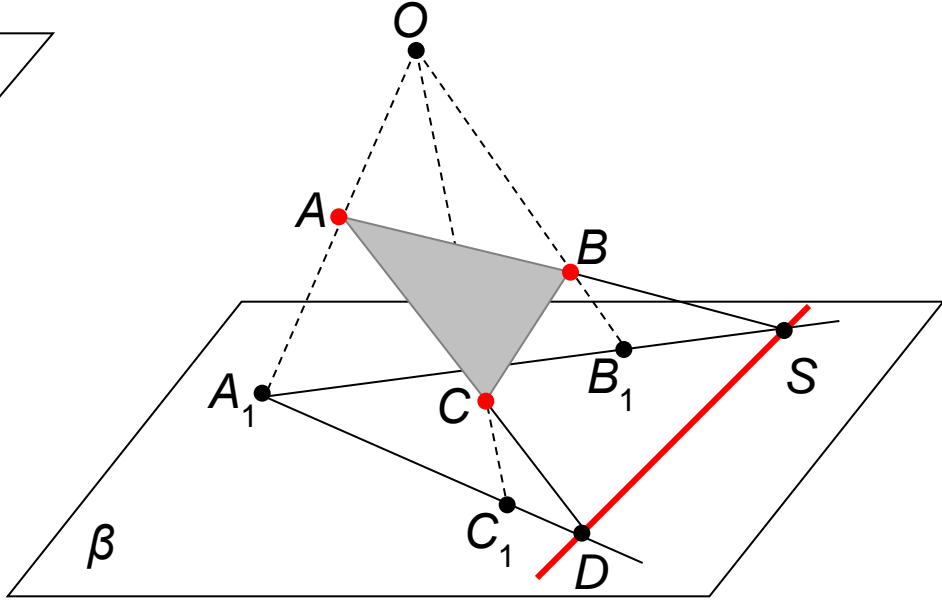
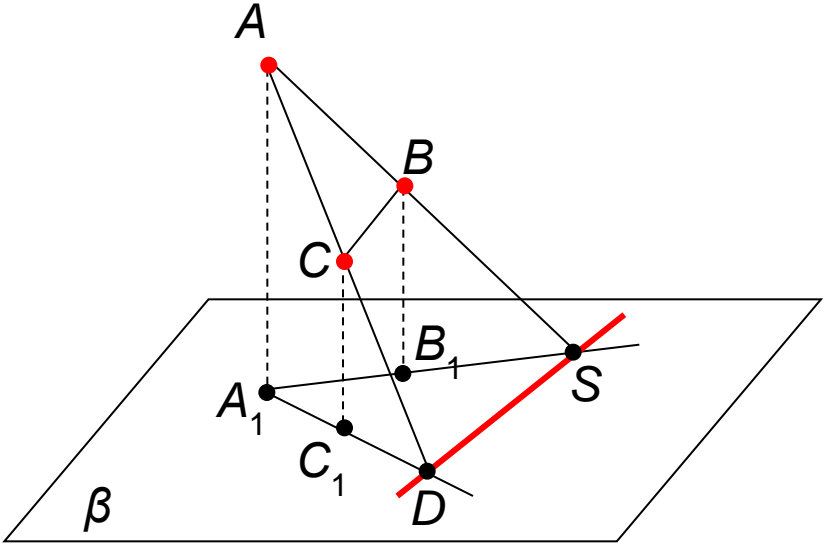
Параллельное проецирование



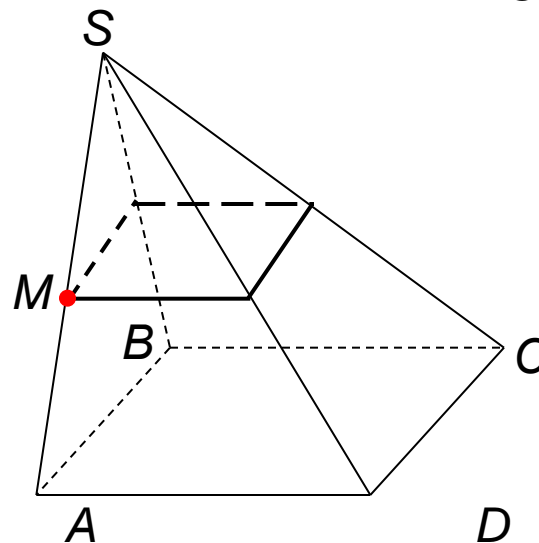
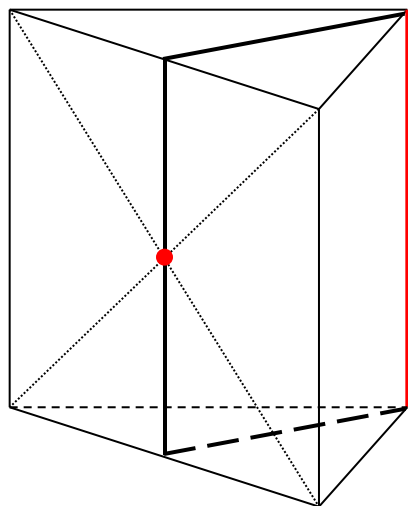
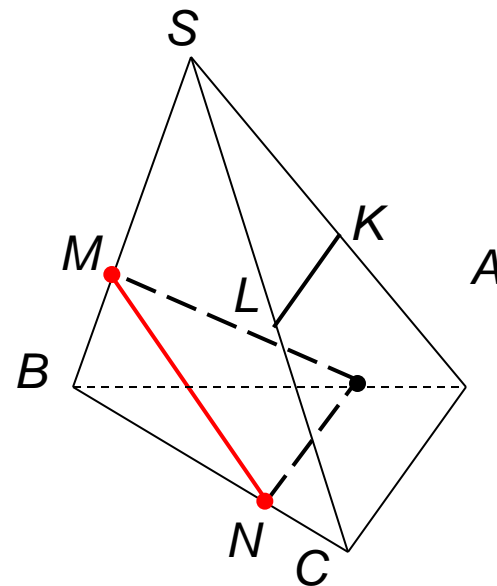
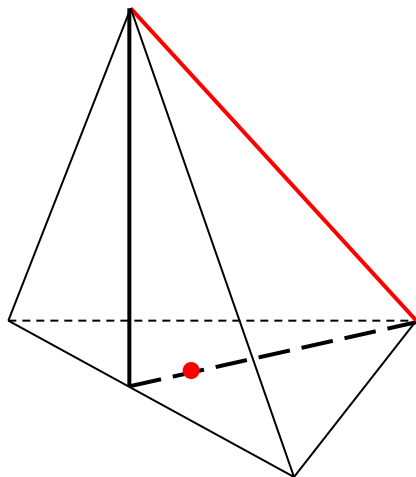
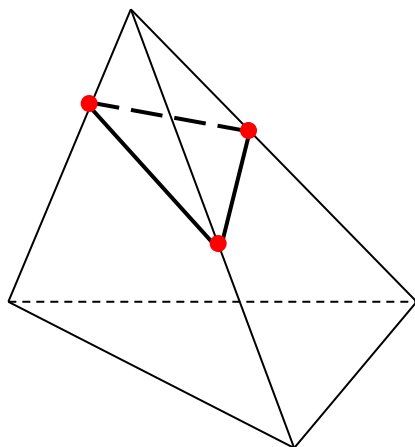
Центральное проецирование

# Опорная задача 2. Построить линию пересечения плоскостей $(ABC)$ и $\beta$ .

(Построить *след плоскости* на опорной плоскости при заданном направлении проецирования)

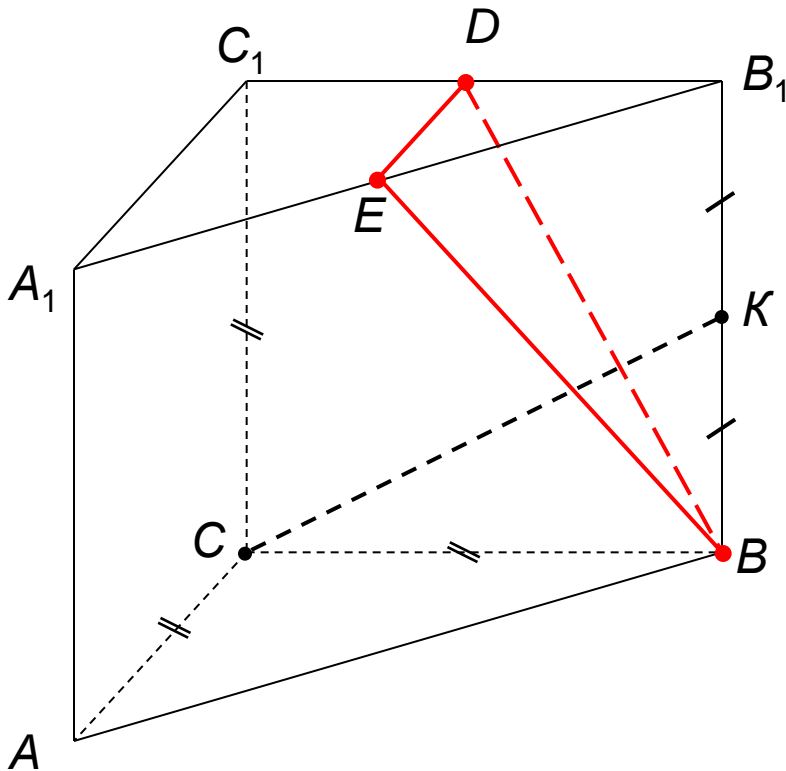


# Аксиоматический метод



# Аксиоматический метод

**Пример 3.** В основании прямой призмы  $ABCA_1B_1C_1$  лежит прямоугольный равнобедренный треугольник, причем  $AC = BC = AA_1$ . Точка  $K$  – середина ребра  $BB_1$ . Постройте сечение призмы плоскостью, проходящей через вершину  $B$  перпендикулярно прямой  $CK$ .



1. Если  $D$  – середина  $B_1C_1$ , то  $BD \perp CK$
2. Пусть  $DE \parallel A_1C_1$ , тогда  $DE \perp (CC_1B_1)$ , следовательно,  $DE \perp CK$
3. Треугольник  $BDE$  – искомое сечение

$$\left. \begin{array}{l} BD \perp CK \\ DE \perp CK \end{array} \right\} \Rightarrow CK \perp (BDE)$$



# Аксиоматический метод

лежит в основе выполнения следующих действий:

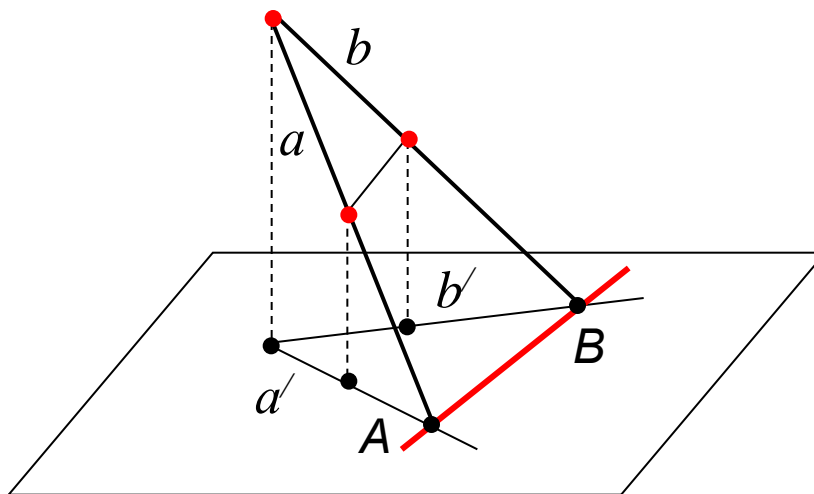
- доказательство существования конструктивных элементов с заданными свойствами, определение их количества;
- построение изображений конструктивных элементов, сводящихся к проведению прямой через 2 заданные точки или прямой параллельной данной через заданную точку вне нее;
- переформулировка задачи с целью замены метрических свойств конструктивных элементов аффинными (замена отношения  $\perp$  на  $\parallel$  или знание о виде ГМТ, которому принадлежит искомый конструктивный элемент).

# Метод следов

**Суть метода** – восстановить следы с/п на ребрах и гранях МГ с помощью построения следа с/п на основание МГ (главного следа).

## **Построение главного следа:**

- 1) в с/п выбрать пару прямых  $a$  и  $b$ , не параллельных опорной плоскости;
- 2) построить их проекции  $a'$  и  $b'$  на опорную плоскость;
- 3) найти точки пересечения:  $A = a \cap a'$  и  $B = b \cap b'$ ;
- 4) провести прямую  $AB$  – след с/п на выбранной опорной плоскости.







# Метод следов

Ограничения применения:

- выбранная прямая секущей плоскости параллельна плоскости проекций (опорной плоскости);
- след выбранной прямой секущей плоскости находится за рамками чертежа (прямая «почти параллельна» плоскости проекций);
- условием задачи или предыдущим шагами решения установлено положение только одной точки, принадлежащей с/п.

# Метод внутреннего проецирования

***Суть метода*** – найти дополнительные точки с/п по проекциям ее известных точек на опорную плоскость при выбранном аппарате проецирования.

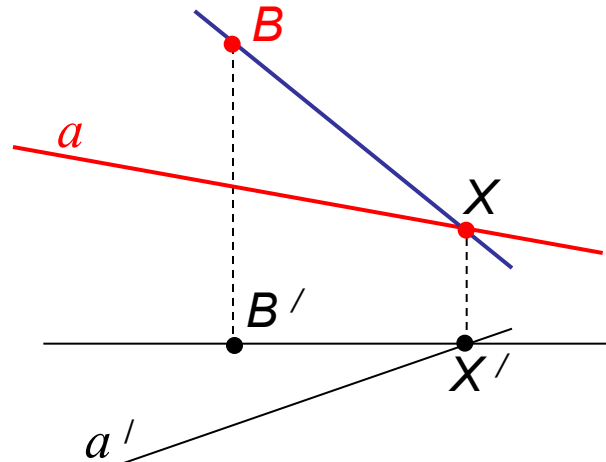
## ***Требование:***

проекции искомых точек с/п на опорную выбирают так, чтобы они были связаны с проекциями известных точек с/п, и чтобы число графических операций при решении задачи было минимальным.

# Метод внутреннего проецирования

## Основная схема применения метода:

- 1) в с/п выбирать 2 прямые: заданную  $a$  и искомую  $b$ , проходящую через заданную точку  $B$ ;
- 2) найти их проекции  $a'$  и  $b'$  на основную плоскость и точку пересечения  $X' = a' \cap b'$ ;
- 3) построить точку  $X \in a$ , восстановив из точки  $X'$  прямую проецирования до её пересечения с прямой  $a$ ;
- 4) прямая  $BX$  – искомая прямая  $b$  с/п.







## Метод внутреннего проецирования

**Пример 5.** Построить сечение пирамиды  $SABCD$  плоскостью, заданной точками:  $E \in SB$ ,  $K \in AD$ ,  $L \in (SCD)$ .

# Метод внутреннего проецирования

**Достоинство** – построения выполняются внутри изображения МГ

**Удобно применять**, когда

- точки, задающие с/п, принадлежат разным граням или одна из них расположена внутри или вне МГ;
- прямая, определяющая с/п, параллельна основанию МГ.

**Неприменим** в случаях, когда с/п задана неявно.

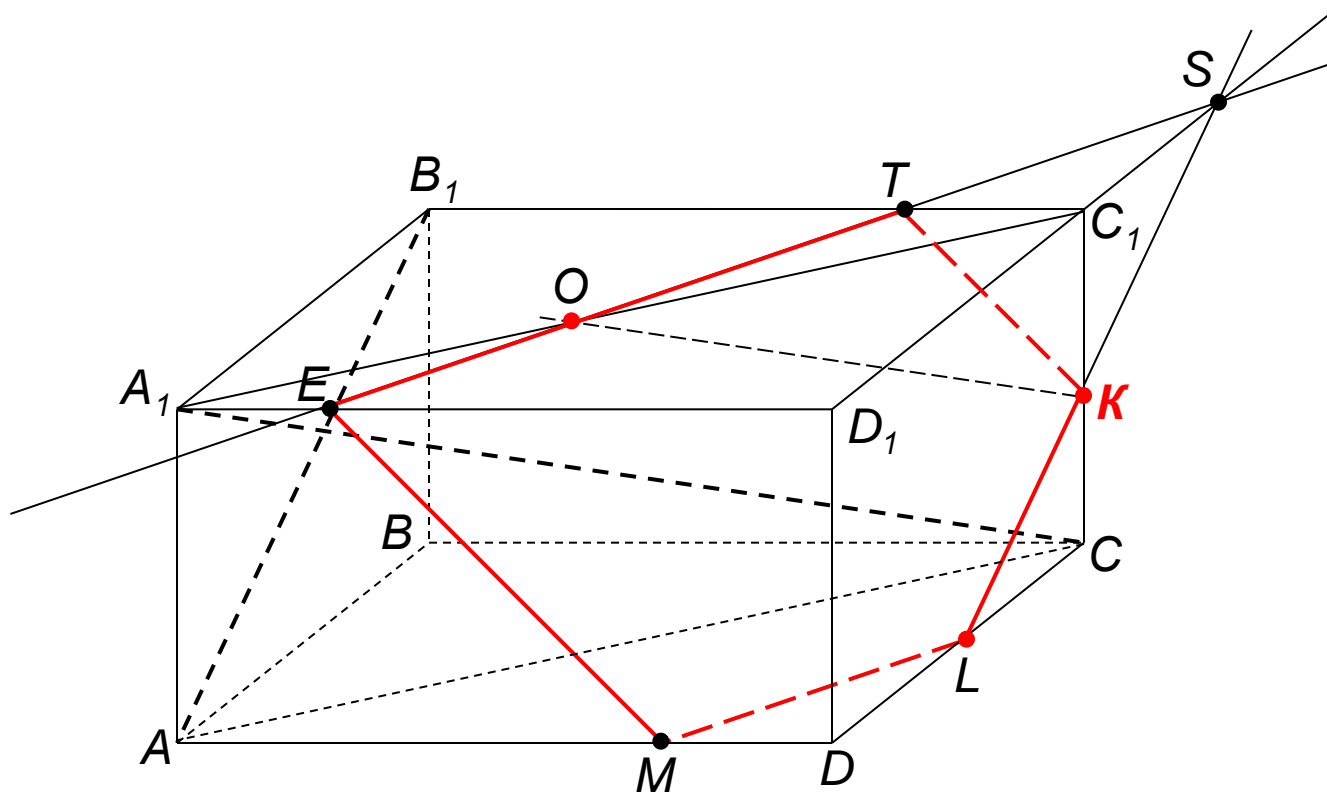
# Метод вспомогательных плоскостей

**Суть метода** – сведения задачи построения недостающего элемента с/п к соответствующей планиметрической задаче на построение через привлечение вспомогательной плоскости.

**Применяется** в комплексе с другими методами, позволяя при частично условном задании с/п выявить недостающий конструктивный элемент (прямую или точку) с/п, необходимый для однозначного определения ее положения.

# Метод вспомогательных плоскостей

**Пример 6.** Постройте сечение параллелепипеда  $AB...D_1$  плоскостью, проходящей через точку  $K \in CC_1$  параллельно прямым  $AB_1$  и  $A_1C$ .



## ***Искусственные методы:***

- дополнение  $n$ -угольной призмы (пирамиды) до треугольной;
- разбиение  $n$ -угольной призмы (пирамиды) на треугольные;
- перенос секущей плоскости.