X международный конкурс
«Математика и проектирование»
Номинация «История математики»

«…Я ценю уроки моего учителя.
В благодарность к нему, я
вывешиваю сангаку в этом храме».

Тема «Воссоздание сангаку храма Aga»

Выполнила: Алексеева Ксения Сергеевна,
ученица 9 класса
МБОУ СШ № 93, г. Архангельска
Научный руководитель: Павлова М.А.,
руководитель кружка для учащихся 7-9 классов на базе ИМИКТ САФУ

Введение

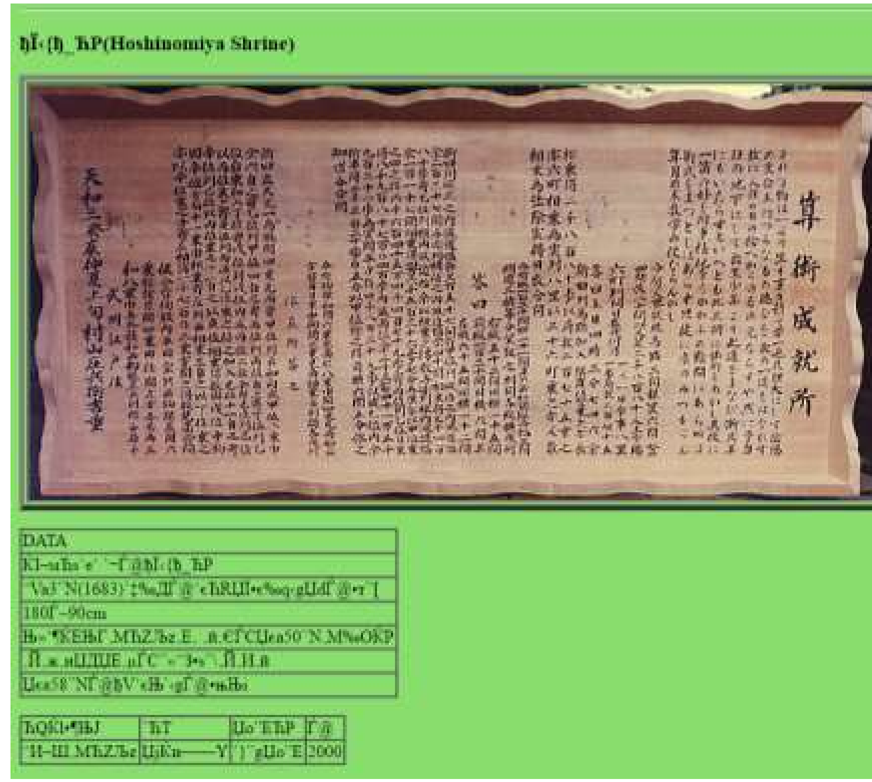
Сангаку – это таблички с математическими задачами, а также с ответами на задачи других табличек, которые Японцы вывешивали на стенах храмов.

Наибольшее развитие искусство сангаку получило в эпоху Эдо (1603-1867 гг.)

Сангаку (1846), префектура Мияги

Почему сангаку вывешивают у стен храмов?

Коллекция сангаку Хироши Котера



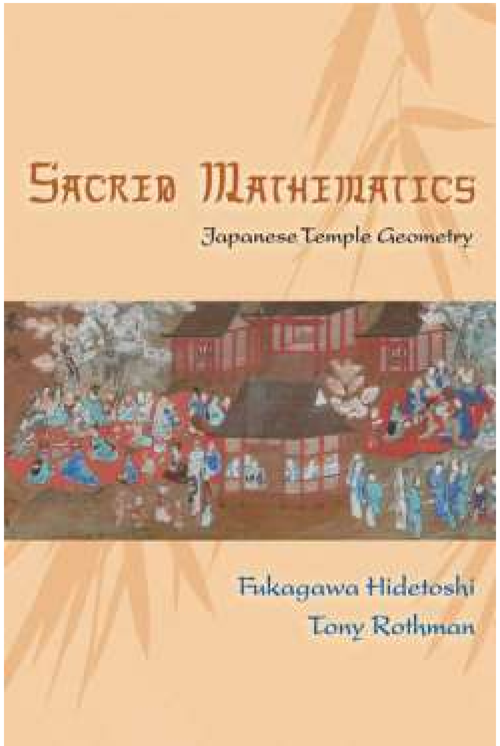
Самая древняя сангаку 1683 года утрачена, реконструкция найдена в префектуре Точиги

Реконструкция и изучение сангаку

онлайн-галерея Джина Констант - http://imaginary.org/gallery/jean-constant-sangaku

Проблема исследования

В книге «Священная математика» [3], (Тони Ротман, Фукагавой Хидэтоси) на странице 88 приведена сангаку, размещенную в 1879 году в храме Aga



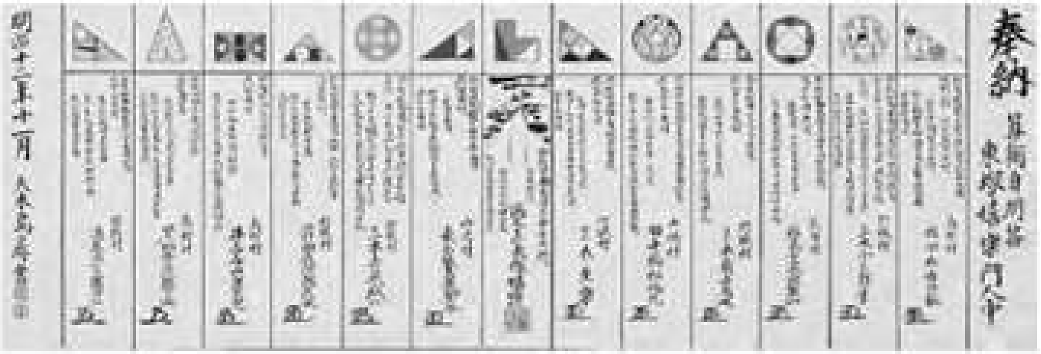
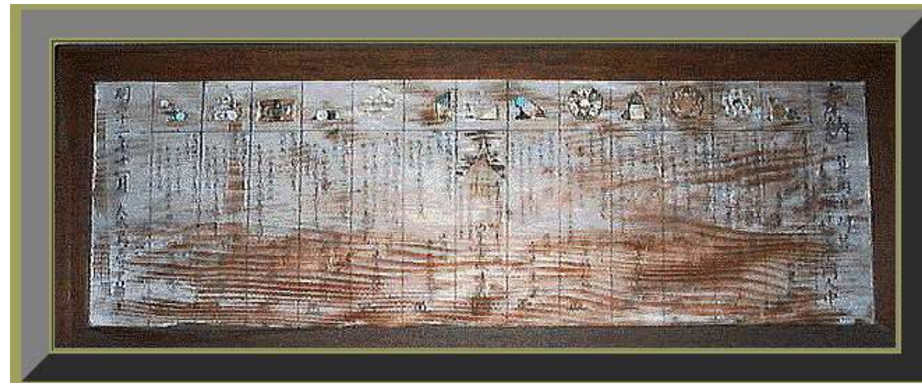


Plate 4.1. A replica of a sangaku that was hung in 1879 in the Aga shrine and measures 163 cm by 58 cm. It contains several problems quite similar to several of those in this chapter (see problems 30–35).

Проблема исследования

1879 год



http://www.wasan.earth.linkclub.com/hyogo/aga.html

Реконструирована в 1967 году, но решение задач не описано.

Цель исследования

Воссоздать формулировки и результаты решения задач, представленные на сангаку храма Aga

Объект исследования: сангаку храма Aga.

Предмет исследования: содержание сангаку храма Aga.

Гипотеза: реконструировать содержание сангаку храма Age можно без знания Японского языка, используя возможности, предоставляемые DGS GeoGebra, а также знаниями школьной программы по математике.

Задачи исследования

1) Уточнить данные о требованиях, которые предъявляются к исторической реконструкции информации, передаваемой артефактом.
2) Создать динамические модели геометрических конструкций, которые представлены на сангаку средствами GeoGebra и исследовать их свойства.
3) С опорой на результаты компьютерных экспериментов сформулировать и решить задачи, которые может содержать эта сангаку.

Методы исследования

- Метод исторической реконструкции
- Компьютерное моделирование, средствами GeoGebra;
- Компьютерный эксперимент;
- Аналитические и дедуктивные методы.

Результаты решения задачи 1

- **Историческая реконструкция** - воссоздание материальной и духовной культуры той или иной исторической эпохи и региона с использованием археологических, изобразительных и письменных источников.

Критерий успешности – уровень аутентичности реконструкции:

На похожих чертежах свои задачи

Бутафория

На правдоподобных чертежах задачи в стиле сангаку новыми технологиями

Историческая стилизация

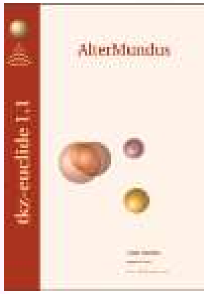
+ с учетом уровня развития математики в Японии VII-XIX

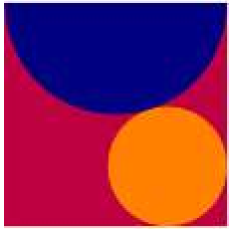
Новодел

+ по образцам работы того же автора

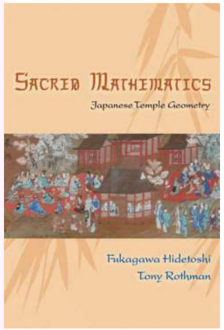
Копия

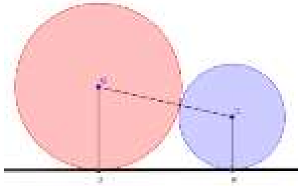
Стиль формулировки задач Сангаку





Найдите отношение между радиусами желтого и синего кругов





Задача *Фудзита Садаскэ (1734-1807 из книги* "Математика в деталях» 1781 года *):*

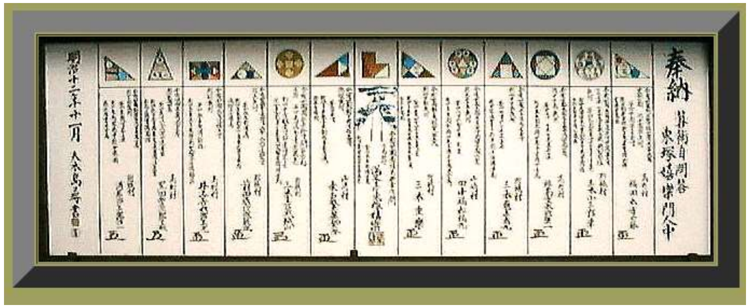
Касающиеся окружности с радиусами a и b касаются прямой l в точках D и E. Показать, что $DE = 2\sqrt{ab}$

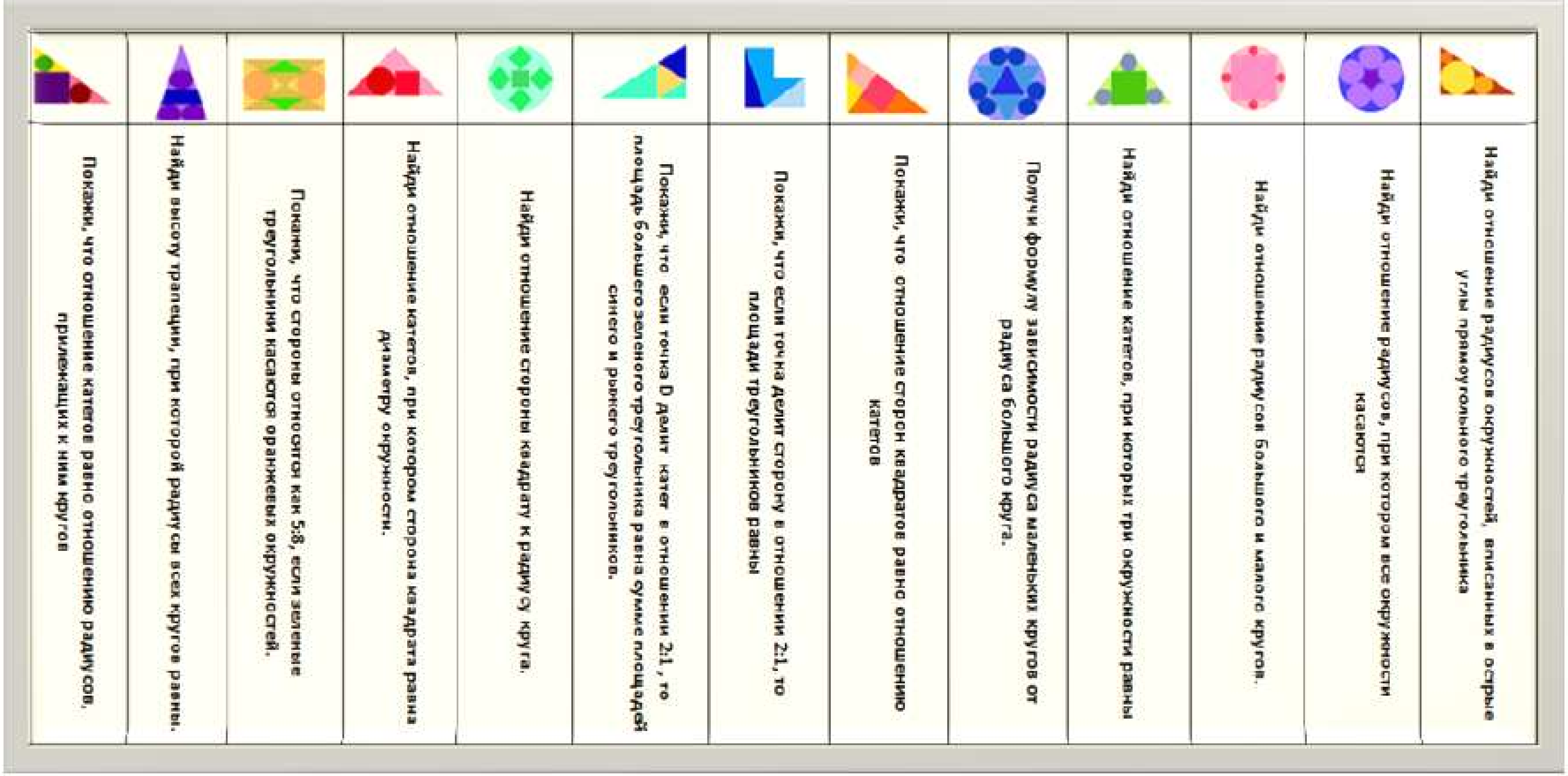
В круговой сектор 120° вписаны круги, как показано.

Покажите, что $c = d\frac{\sqrt{3072}+62}{193}$,

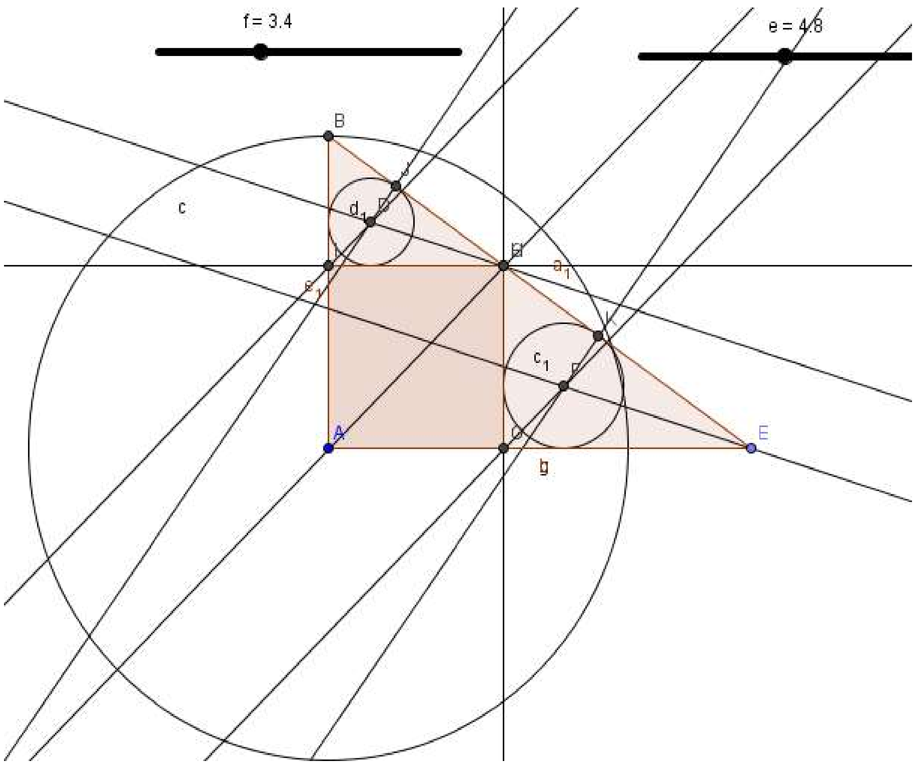
c – радиус красного, d – зеленого круга.

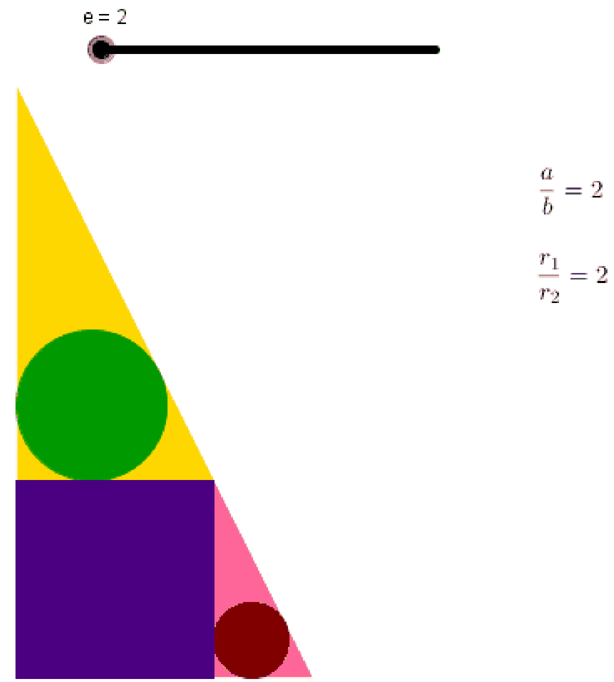
Результат решения задачи 2





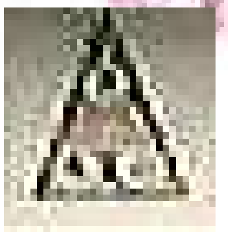
Реконструкция задачи 1





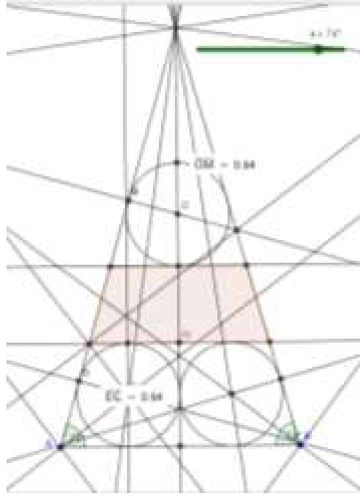
Покажите, что $\frac{a}{b} = \frac{r_1}{r_2}$, где a и b – катеты, r_1 и r_2 - радиусы прилежащих к ним кругов.

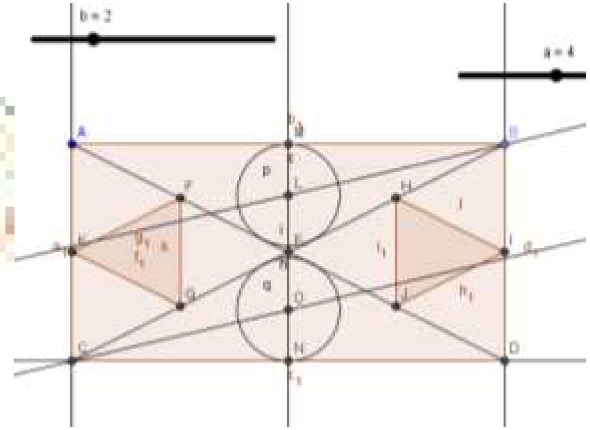
Реконструкция задач 2 и 3

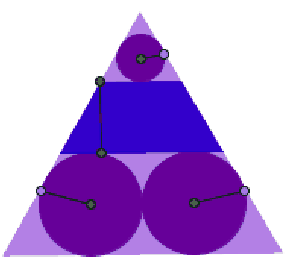


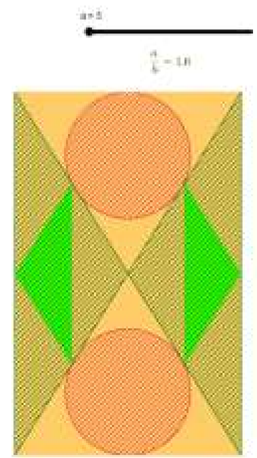
α = 60°

$r_1 = 0.25;\ r_2 = 0.55;\ r_3 = 0.55\ h = 0.75$





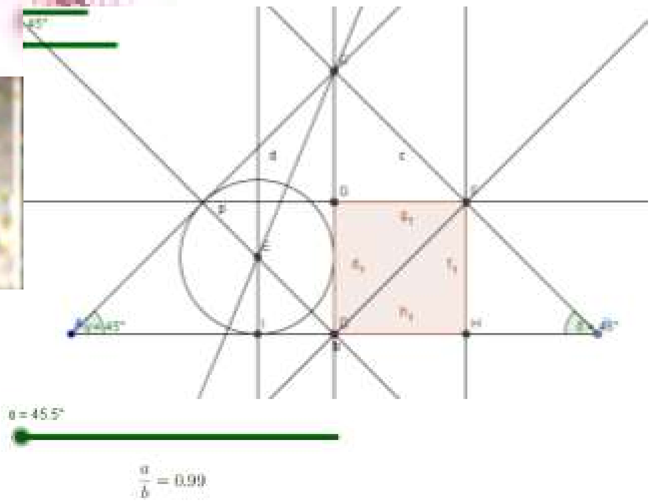


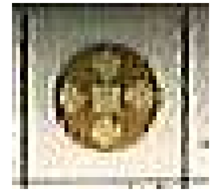


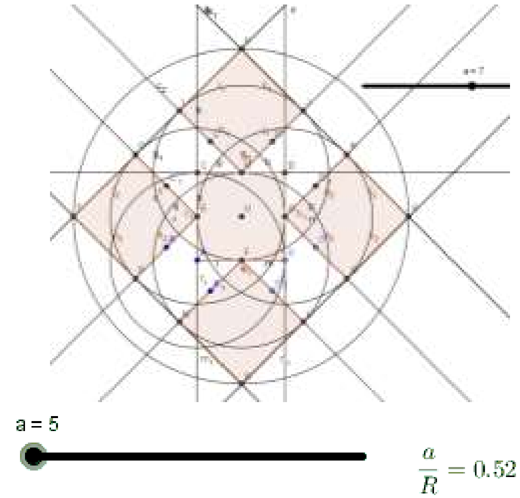
Найдите высоту трапеции, при которой радиусы всех окружностей равны.

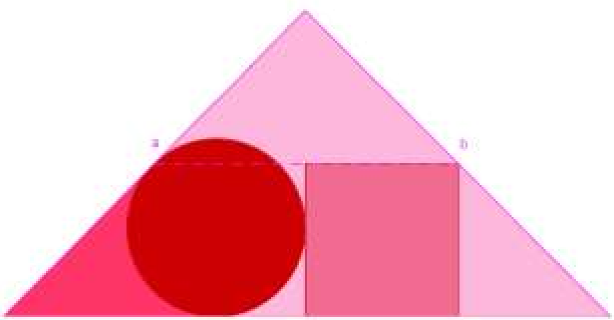
Покажите, что стороны относятся как 5:8, если зеленые треугольники касаются оранжевых окружностей.

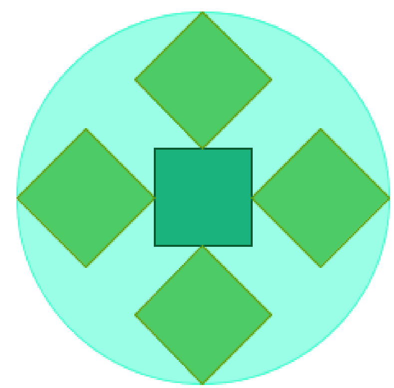
Реконструкция задач 4 и 5







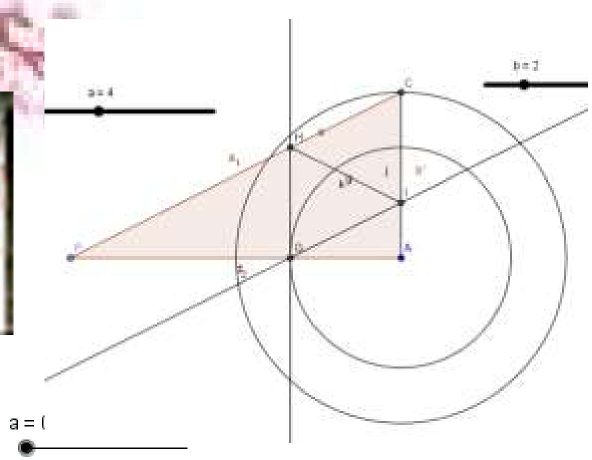




Найдите отношение катетов, при котором сторона квадрата равна диаметру окружности.

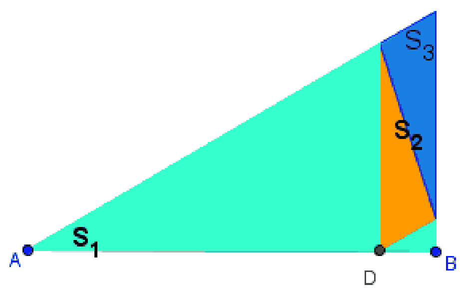
Найдите отношение стороны квадрата к радиусу круга.

Реконструкция задач 6 и 7

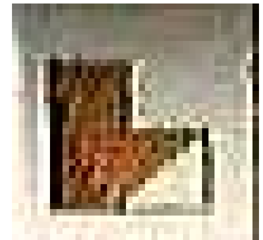


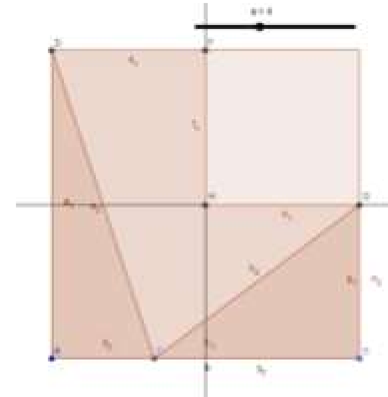
$$\frac{DB}{AB} = 0.14 \qquad S_1 = 5.69$$

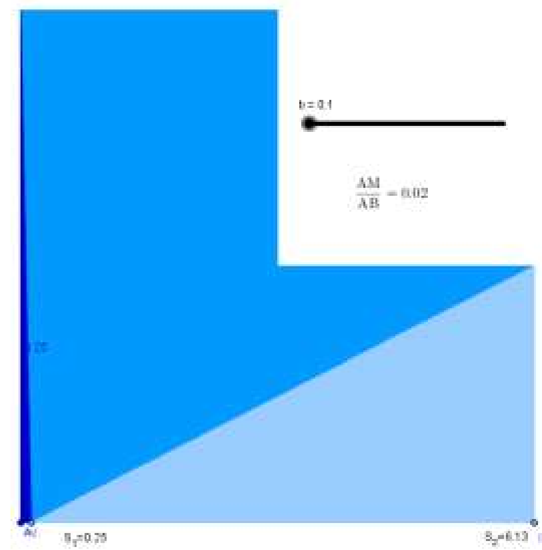
$$S_2 + S_3 = 0.91 + 0.91 = 1.81$$



Покажите, что если точка D делит катет в отношении 2:1 , то площадь большего зеленого треугольника равна сумме площадей синего и рыжего.

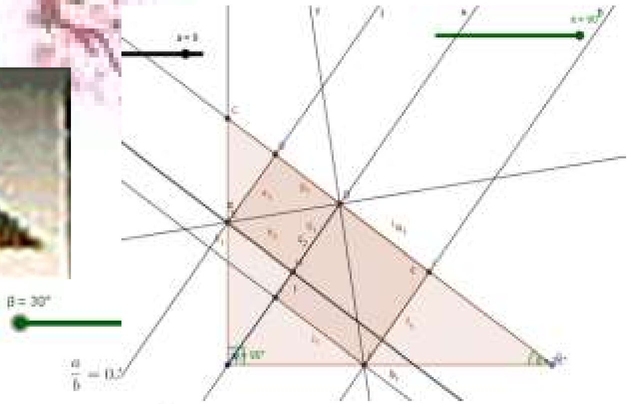


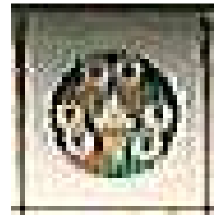


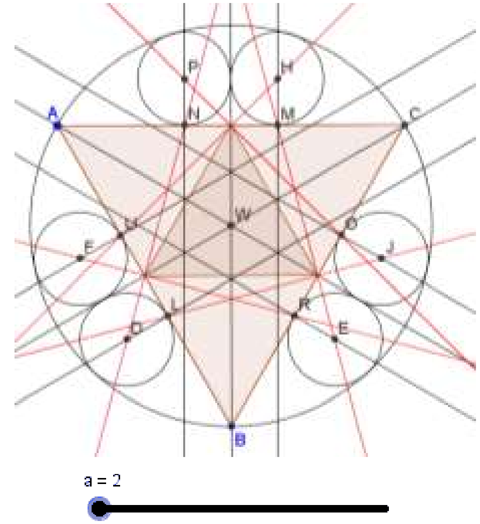


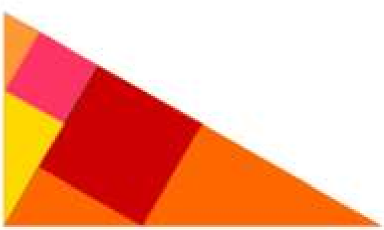
Найдите положение точки на стороне квадрата, когда треугольники имеют равные площади.

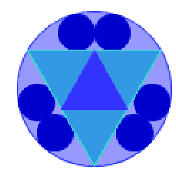
Реконструкция задач 8 и 9







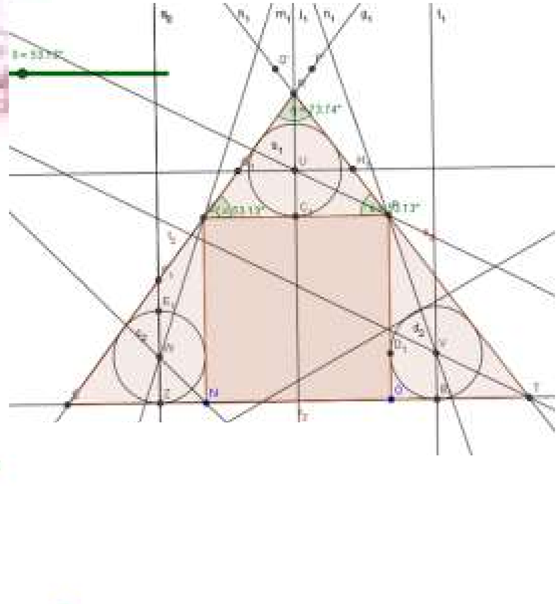


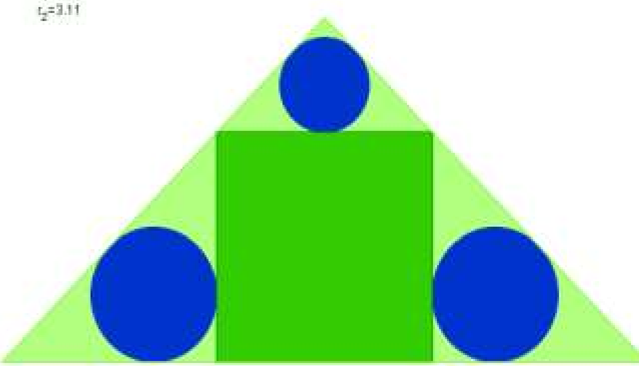


Покажите, что отношение сторон квадратов равно отношению катетов

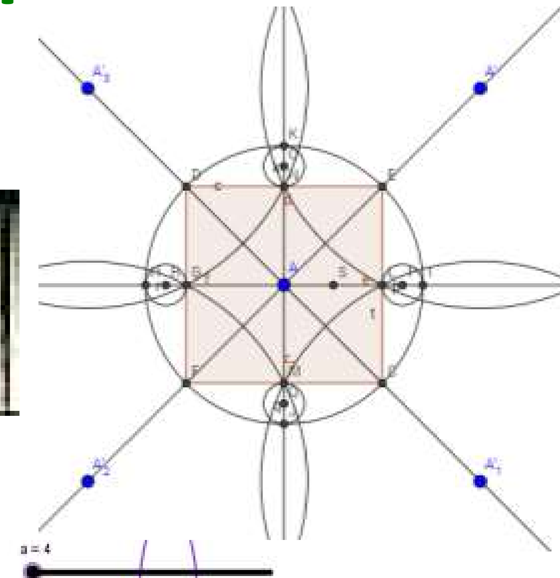
Получи формулу зависимости радиуса маленьких кругов от радиуса большого круга.

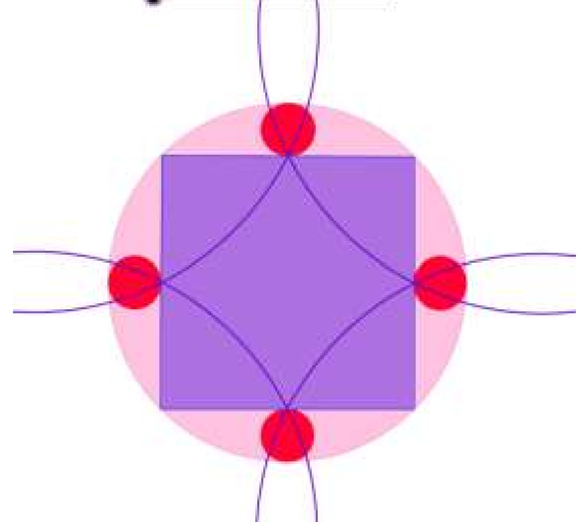
Реконструкция задач 10 и11





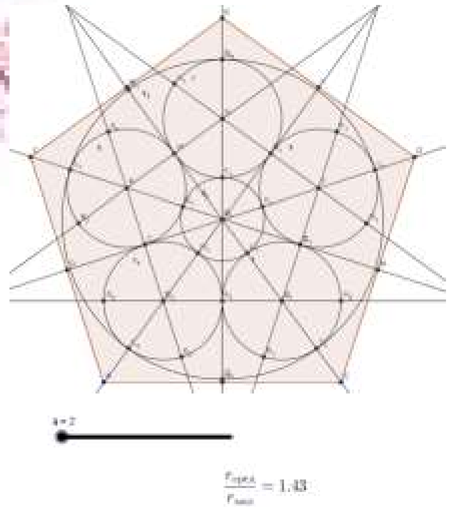
Найдите отношение боковой стороны равнобедренного треугольника к его основанию, при котором три окружности равны

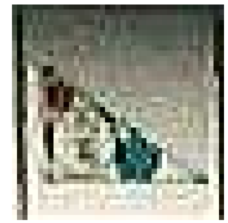


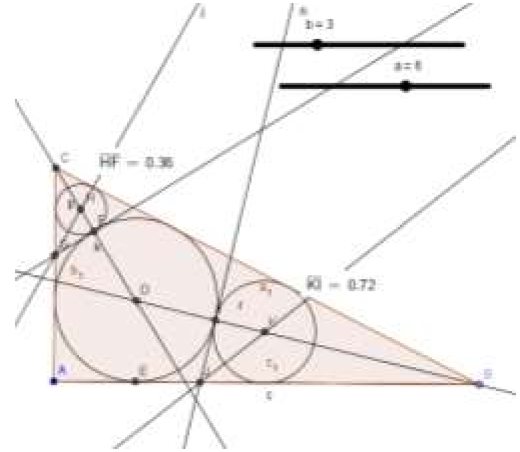


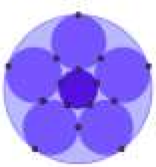
Найти отношение радиусов большой и малой окружностей.

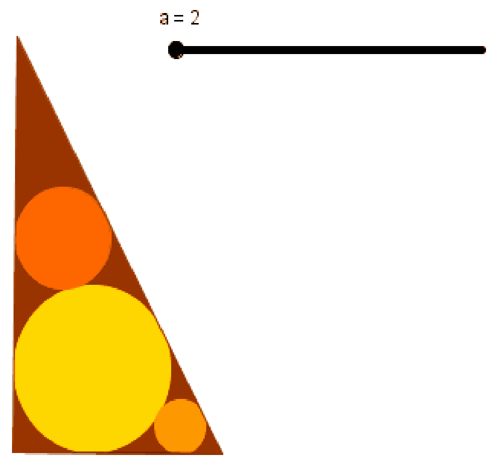
Реконструкция задач 12 и 13







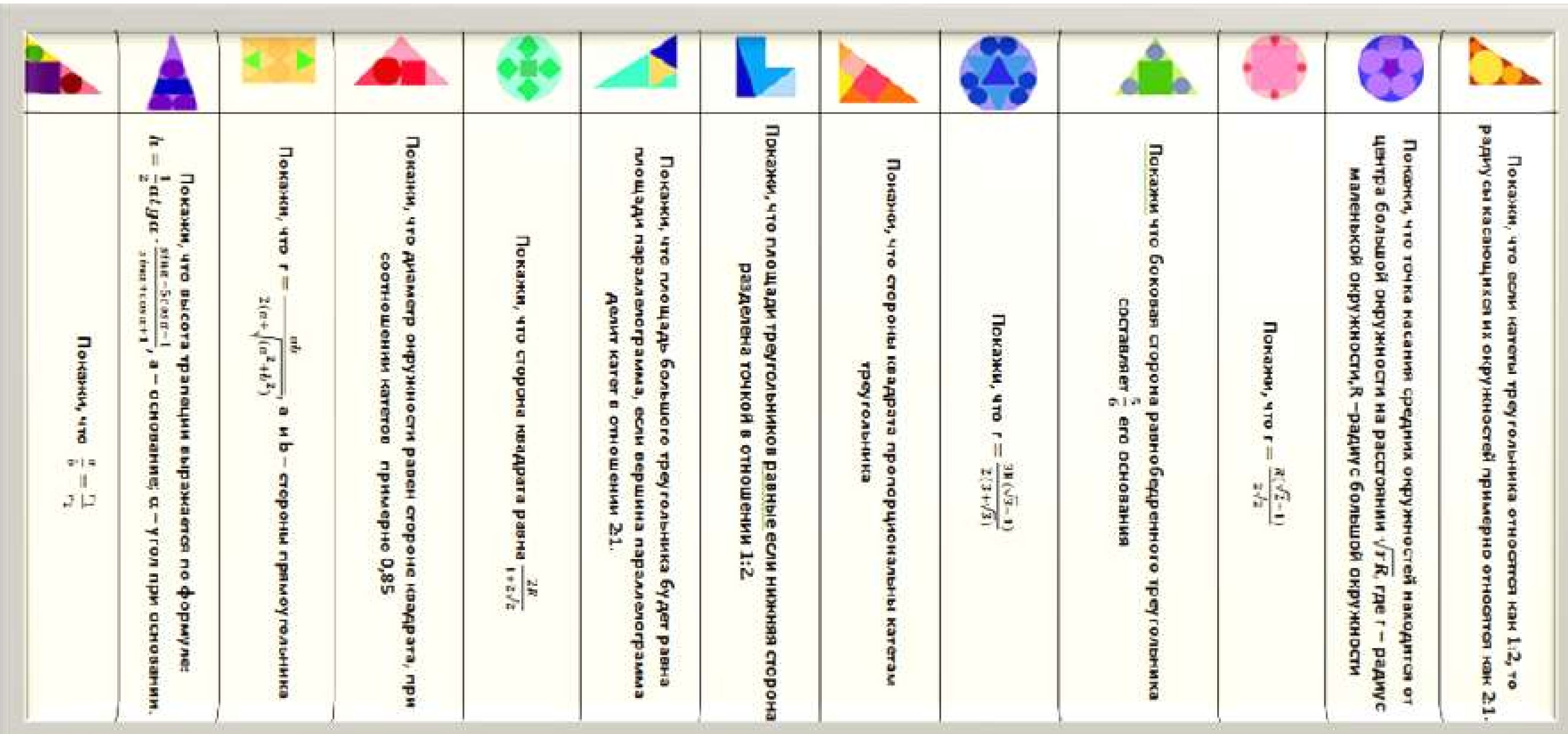




Найти отношение радиусов, при котором все окружности касаются

Найдите отношение радиусов окружностей, вписанных в острые углы прямоугольного треугольника

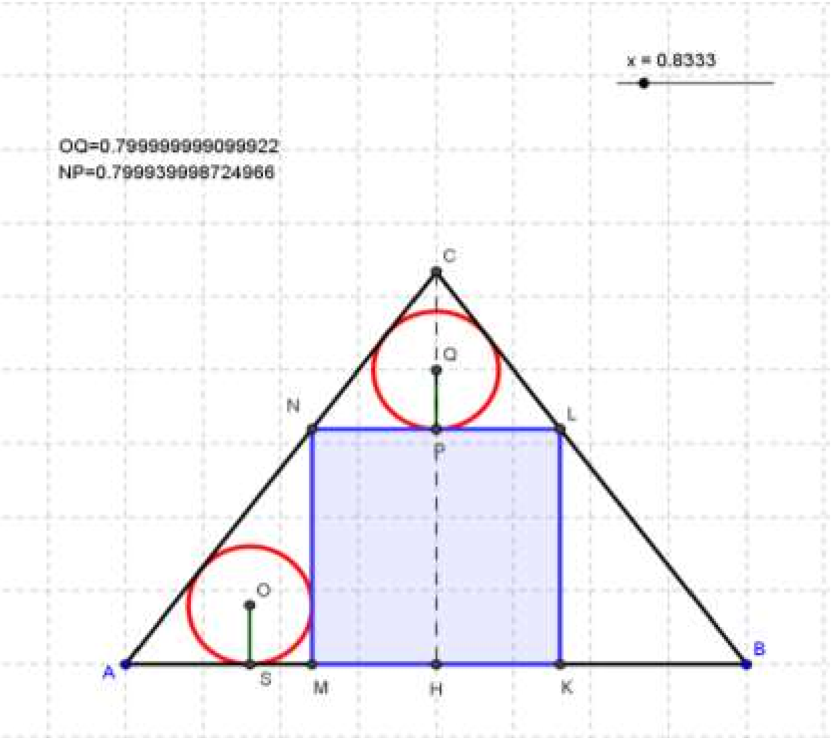
Решение задачи 3



Покажи, что если катеты треугольника относятся как 1:2, то радиусы касающихся их окружностей примерно относятся как 2:1.
Покажи, что точка касания средних окружностей находится от центра большой окружности на расстоянии $\sqrt{rR}$, где r – радиус маленькой окружности, R – радиус большой окружности
Покажи, что $r = \frac{R(\sqrt{2}-1)}{2\sqrt{2}}$
Покажи что боковая сторона равнобедренного треугольника составляет $\frac{5}{6}$ его основания
Покажи, что $r = \frac{3R(\sqrt{3}-1)}{2(3+\sqrt{3})}$
Покажи, что стороны квадрата пропорциональны катетам треугольника
Покажи, что площади треугольников равные если нижняя сторона разделена точкой в отношении 1:2.
Покажи, что площадь большого треугольника будет равна площади параллелограмма, если вершина параллелограмма делит катет в отношении 2:1.
Покажи, что сторона квадрата равна $\frac{2R}{1+2\sqrt{2}}$
Покажи, что диаметр окружности равен стороне квадрата, при соотношении катетов примерно 0,85
Покажи, что $r = \frac{ab}{2(a+\sqrt{(a^2+b^2)})}$, a и b – стороны прямоугольника
Покажи, что высота трапеции выражается по формуле: $h = \frac{1}{2} a \, tg\alpha \cdot \frac{\sin\alpha - 5\cos\alpha - 1}{3\sin\alpha + \cos\alpha + 1}$, a – основание; α – угол при основании.
Покажи, что $\frac{a}{b} = \frac{r_1}{r_2}$

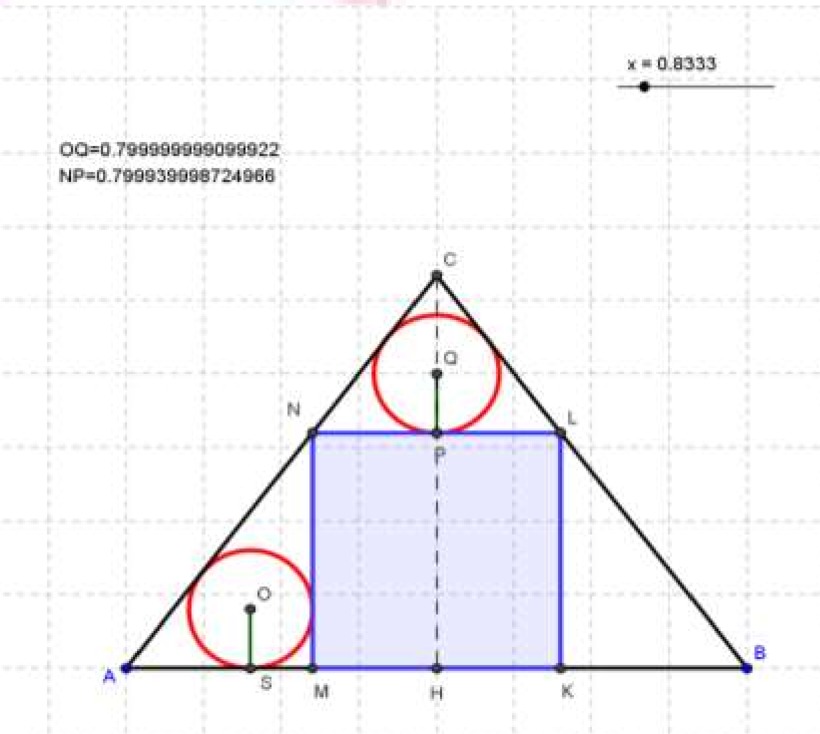
Аналитическое решение задачи 10 (самой сложной)

Покажите, что если радиусы окружностей равны, то боковая сторона равнобедренного треугольника составляет $\frac{5}{6}$ его основания



Обозначения: а – основание;
b- боковая сторона; х - сторона квадрата , высоту СН = h, отрезки боковых сторон CL=NC=y,
α-острый угол при основании.
Искомое отношение $\frac{b}{a}$ =t.

Аналитическое решение задачи 10 (самой сложной)



1. Выражение сторон квадрата через длины сторон ABC:

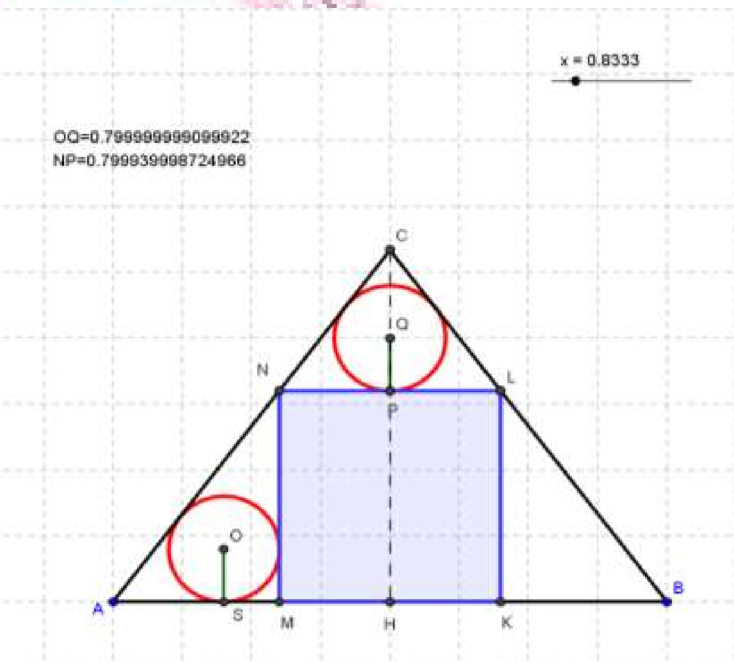
$$tg\alpha = \frac{2x}{a-x} = \frac{2h}{a},$$

$$h = \sqrt{b^2 - \frac{a^2}{4}},$$

Следовательно:

$$x = \frac{a\sqrt{4t^2-1}}{2+\sqrt{4t^2-1}} \qquad [1].$$

Аналитическое решение задачи 10 (самой сложной)



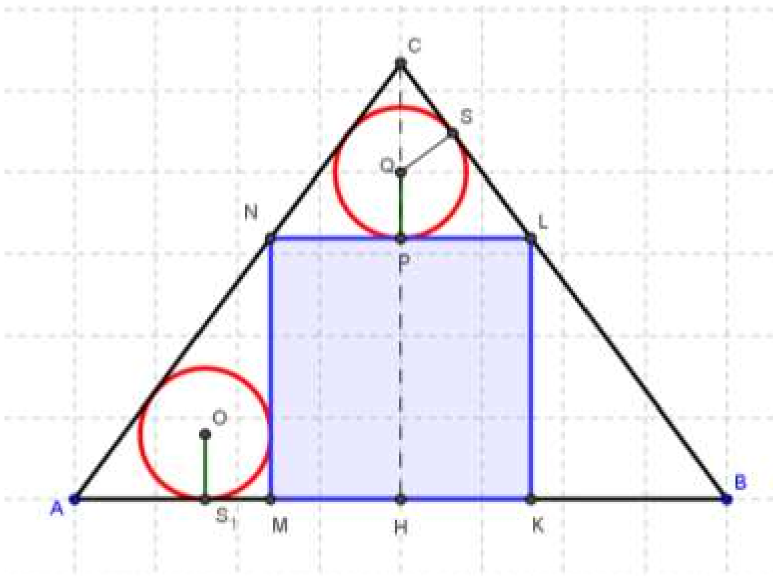
2. Выразим радиусы окружностей, вписанный в прямоугольные треугольники при основании. Для этого воспользуемся известной формулой прямоугольного треугольника: $r = \frac{a+b-c}{2}$, где a и b катеты треугольника, а c - гипотенуза:

$$r = \frac{x + \frac{a-x}{2} - (b-y)}{2}.$$

Уменьшим количество переменных в выражении. Из подобия треугольников CHB и CPL получаем: $\frac{x/2}{a/2} = \frac{y}{b}$.

Следовательно, $y = \frac{xb}{a} = xt$. Тогда $r = \frac{x + \frac{a-x}{2} - (b-y)}{2} = \frac{x+a}{4} - \frac{at}{2} + \frac{xt}{2}$ [2].

Аналитическое решение задачи 10 (самой сложной)



3. Выразим радиус окружности, вписанный в равнобедренный треугольник NCL. Для получения формулы выразим дважды котангенс половины угла при вершине это треугольника:

$ctgPCL = \frac{CP}{x/2} = \frac{y-x/2}{r}$. Откуда

$r = \frac{x}{2} \cdot \frac{y-x/2}{CP}$, где $\mathrm{CP} = h - x$

Поставим в нее выражения,

$$r = \frac{x}{2} \cdot \frac{y-\frac{x}{2}}{h-x} = \frac{x}{2} \cdot \frac{xt-\frac{x}{2}}{\frac{a}{2}\sqrt{4t^2-1}-x} = \frac{x^2}{4} \cdot \frac{2t-1}{\frac{a}{2}\sqrt{4t^2-1}-x}$$ [3].

Аналитическое решение задачи 10 (самой сложной)

$$[1] \qquad x = \frac{a\sqrt{4t^2-1}}{2+\sqrt{4t^2-1}}$$

$$[2] \qquad r = \frac{x+\frac{a-x}{2}-(b-y)}{2} = \frac{x+a}{4} - \frac{at}{2} + \frac{xt}{2}$$

$$[3] \quad r = \frac{x}{2}\cdot\frac{y-\frac{x}{2}}{h-x} = \frac{x}{2}\cdot\frac{xt-\frac{x}{2}}{\frac{a}{2}\sqrt{4t^2-1}-x} = \frac{x^2}{4}\cdot\frac{2t-1}{\frac{a}{2}\sqrt{4t^2-1}-x}$$

Приравняем левые части равенств [2] и [3] и уменьшим количество переменных за счет подстановки выражения [1]:

$$\frac{\frac{a\sqrt{4t^2-1}}{2+\sqrt{4t^2-1}}+a}{4} - \frac{at}{2} + \frac{a\sqrt{4t^2-1}}{2(2+\sqrt{4t^2-1})}t = \frac{\left(\frac{a\sqrt{4t^2-1}}{2+\sqrt{4t^2-1}}\right)^2}{4}\cdot\frac{2t-1}{\frac{a}{2}\sqrt{4t^2-1}-\frac{a\sqrt{4t^2-1}}{2+\sqrt{4t^2-1}}}.$$

Аналитическое решение задачи 10 (самой сложной)

$$\frac{\frac{a\sqrt{4t^2-1}}{2+\sqrt{4t^2-1}}+a}{4}-\frac{at}{2}+\frac{a\sqrt{4t^2-1}}{2(2+\sqrt{4t^2-1})}t=\frac{\left(\frac{a\sqrt{4t^2-1}}{2+\sqrt{4t^2-1}}\right)^2}{4}\cdot\frac{2t-1}{\frac{a}{2}\sqrt{4t^2-1}-\frac{a\sqrt{4t^2-1}}{2+\sqrt{4t^2-1}}}.$$

Разделим левую и правую часть на а:

$$\frac{\frac{\sqrt{4t^2-1}}{2+\sqrt{4t^2-1}}+1}{4}-\frac{t}{2}+\frac{\sqrt{4t^2-1}}{2(2+\sqrt{4t^2-1})}t=\frac{\left(\frac{\sqrt{4t^2-1}}{2+\sqrt{4t^2-1}}\right)^2}{4}\cdot\frac{2t-1}{\frac{1}{2}\sqrt{4t^2-1}-\frac{\sqrt{4t^2-1}}{2+\sqrt{4t^2-1}}}$$

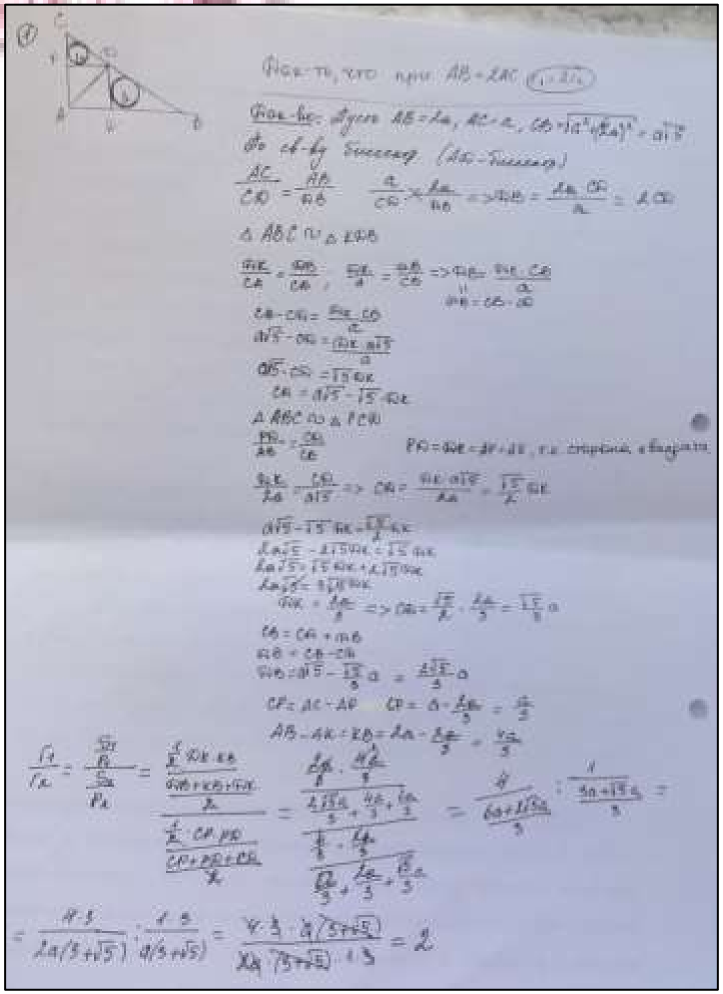
$$\sqrt{4t^2-1}=4t-2$$

$4t^2-1$=$(4t-2)^2$ при условии, что $4t-2\geq 0$

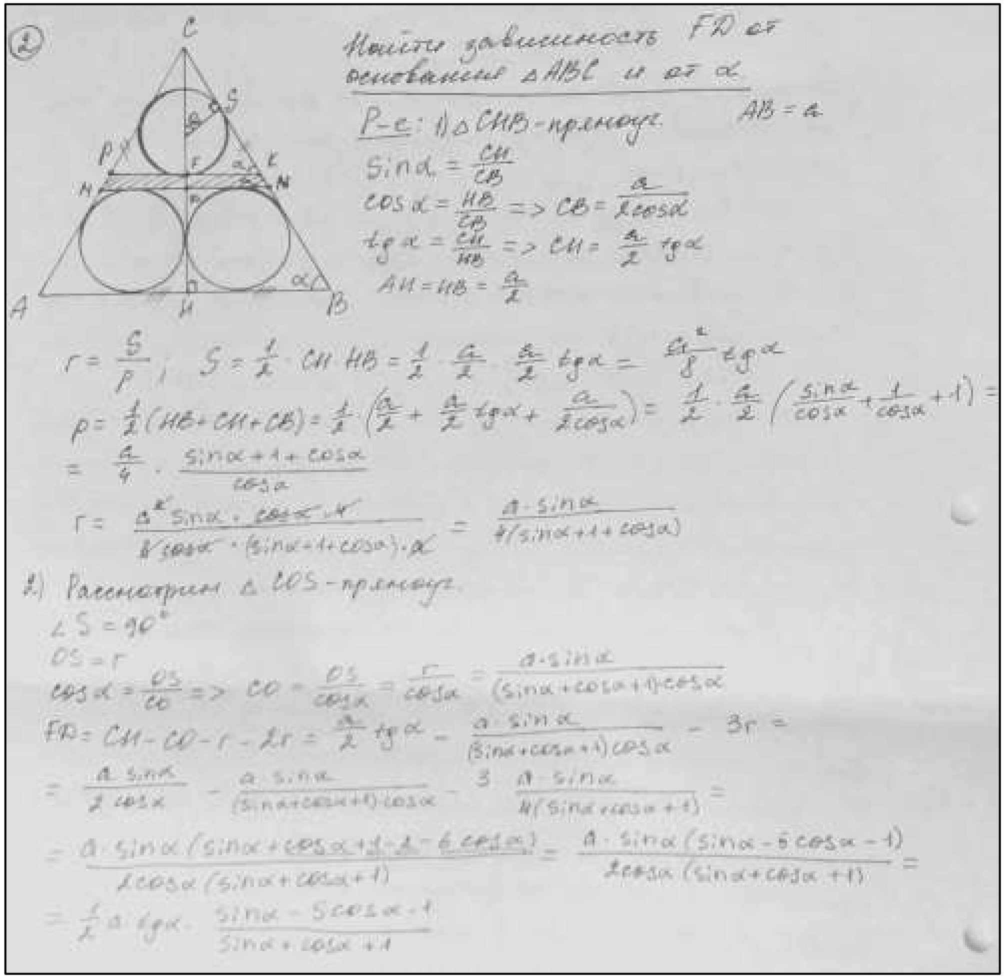
Корнями уравнения являются: $t_1=\frac{5}{6}$; $t_2=\frac{1}{2}$ (треугольник не существует)

Следовательно, $\frac{b}{a}=\frac{5}{6}$.

Решения



Задача 1



Найти зависимость FD от основания $\triangle ABC$ и от α

$AB = a$

Р-е: 1) $\triangle CHB$ - прямоуг.

$\sin\alpha = \frac{CH}{CB}$

$\cos\alpha = \frac{HB}{CB} \Rightarrow CB = \frac{a}{2\cos\alpha}$

$tg\,\alpha = \frac{CH}{HB} \Rightarrow CH = \frac{a}{2}\,tg\,\alpha$

$AH = HB = \frac{a}{2}$

$r = \frac{S}{p}$; $S = \frac{1}{2}\cdot CH\cdot HB = \frac{1}{2}\cdot\frac{a}{2}\cdot\frac{a}{2}\,tg\,\alpha = \frac{a^2}{8}\,tg\,\alpha$

$p = \frac{1}{2}(HB + CH + CB) = \frac{1}{2}\left(\frac{a}{2} + \frac{a}{2}\,tg\,\alpha + \frac{a}{2\cos\alpha}\right) = \frac{1}{2}\cdot\frac{a}{2}\left(\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} + \frac{1}{\cos\alpha} + 1\right) = \frac{a}{4}\cdot\frac{\sin\alpha + 1 + \cos\alpha}{\cos\alpha}$

$r = \frac{a^2 \sin\alpha\cdot\cos\alpha\cdot 4}{8\cos\alpha\cdot(\sin\alpha + 1 + \cos\alpha)\cdot a} = \frac{a\cdot\sin\alpha}{4(\sin\alpha + 1 + \cos\alpha)}$

2) Рассмотрим $\triangle COS$ - прямоуг.

$\angle S = 90°$

$OS = r$

$\cos\alpha = \frac{OS}{CO} \Rightarrow CO = \frac{OS}{\cos\alpha} = \frac{r}{\cos\alpha} = \frac{a\cdot\sin\alpha}{(\sin\alpha + \cos\alpha + 1)\cos\alpha}$

$FD = CH - CO - r - 2r = \frac{a}{2}\,tg\,\alpha - \frac{a\cdot\sin\alpha}{(\sin\alpha + \cos\alpha + 1)\cos\alpha} - 3r =$

$= \frac{a\sin\alpha}{2\cos\alpha} - \frac{a\cdot\sin\alpha}{(\sin\alpha + \cos\alpha + 1)\cos\alpha} - 3\cdot\frac{a\cdot\sin\alpha}{4(\sin\alpha + \cos\alpha + 1)} =$

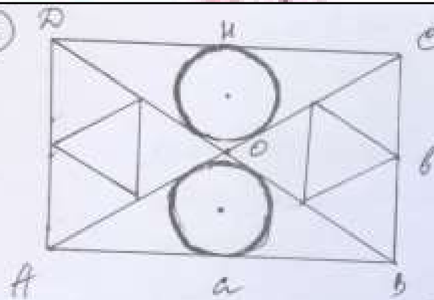
$= \frac{a\cdot\sin\alpha(\sin\alpha + \cos\alpha + 1 - 2 - 6\cos\alpha)}{2\cos\alpha(\sin\alpha + \cos\alpha + 1)} = \frac{a\cdot\sin\alpha(\sin\alpha - 5\cos\alpha - 1)}{2\cos\alpha(\sin\alpha + \cos\alpha + 1)} =$

$= \frac{1}{2}a\,tg\,\alpha\cdot\frac{\sin\alpha - 5\cos\alpha - 1}{\sin\alpha + \cos\alpha + 1}$

Задача 2

Решения

(3)



Докажите, что $r = \dfrac{ab}{2(a+\sqrt{a^2+b^2})}$

Док-во: $r = \dfrac{S}{p}$;

$S_{\triangle DOC} = \frac{1}{2} \cdot OM \cdot DC$; $OM = \dfrac{AD}{2} = \dfrac{b}{2}$;

$DC = AB = a$

$S_{\triangle DOC} = \frac{1}{2} \cdot \frac{b}{2} \cdot a = \frac{ab}{4}$

$AC = \sqrt{a^2+b^2}$; $OC = OD = \dfrac{AC}{2} = \dfrac{\sqrt{a^2+b^2}}{2}$

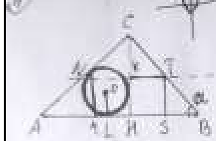
$p = \dfrac{DC+OC+OD}{2} = \dfrac{a + \frac{\sqrt{a^2+b^2}}{2} + \frac{\sqrt{a^2+b^2}}{2}}{2} =$

$= \dfrac{a+\sqrt{a^2+b^2}}{2}$

$r = \dfrac{S}{p} = \dfrac{\frac{ab}{4}}{\frac{a+\sqrt{a^2+b^2}}{2}} = \dfrac{ab}{2(a+\sqrt{a^2+b^2})}$

Задача 3

(4)



Найти: отношение катетов $\triangle ABC$-прямоуг., при к-ом $d_{окр.}$ = стороне квадрата.

Р-е: Пусть $AC = a$, $CB = b$

1) Выразим сторону квадрата KTSH через равенство $HB = HS + SB$

$HB = b \cos\alpha = b \cdot \frac{b}{\sqrt{a^2+b^2}}$; $HS = 2R$; $SB = 2R \operatorname{ctg}\alpha = 2R\frac{b}{a}$

Тогда: $b\frac{b}{\sqrt{a^2+b^2}} = 2R + 2R\frac{b}{a} \Rightarrow 2R = \dfrac{ab^2}{(a+b)\sqrt{a^2+b^2}}$ [1]

2) Выразим 2R через a и b из условия, что окр (O, R) вписана не только в $\triangle AHC$, но и в ▱ANKH, где N и K лежат на прямой, содержащей сторону квадрата.

В 4-угольник можно вписать окр. тогда и только тогда, когда суммы его противоположных сторон равны, т. е.

$AH + NK = AN + KH$

$AH = \frac{a^2}{\sqrt{a^2+b^2}}$, $NK = AH - AL = \frac{a^2}{\sqrt{a^2+b^2}} - 2R\cdot\frac{a}{b}$, $AN = 2R\frac{\sqrt{a^2+b^2}}{b}$; $KH = 2R$

Тогда: $\frac{a^2}{\sqrt{a^2+b^2}} + \frac{a^2}{\sqrt{a^2+b^2}} - 2R\cdot\frac{a}{b} = 2R\frac{\sqrt{a^2+b^2}}{b} + 2R$; $\Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \dfrac{2a^2}{\sqrt{a^2+b^2}} = 2R\left(\frac{\sqrt{a^2+b^2}}{b} + 1 + \frac{a}{b}\right)$ [2]

3) Из равенств [1] и [2] получим выраж. зависимости a и b

$\dfrac{2a^2}{\sqrt{a^2+b^2}} = \dfrac{ab^2}{(a+b)\sqrt{a^2+b^2}} \cdot \left(\frac{\sqrt{a^2+b^2}}{b} + 1 + \frac{a}{b}\right)$.

Приведем к более удобному виду для введения переменной $x = \frac{a}{b} \in (0; 1]$, т.к. рассматриваем только $a < b$

$\frac{2a}{1} = \frac{b^2}{(a+b)}\left(\frac{b+a+\sqrt{a^2+b^2}}{b}\right)$; $2a = \frac{b(b+a+\sqrt{a^2+b^2})}{(a+b)}$; $2a(a+b) = ba + b^2 + b\sqrt{a^2+b^2}$

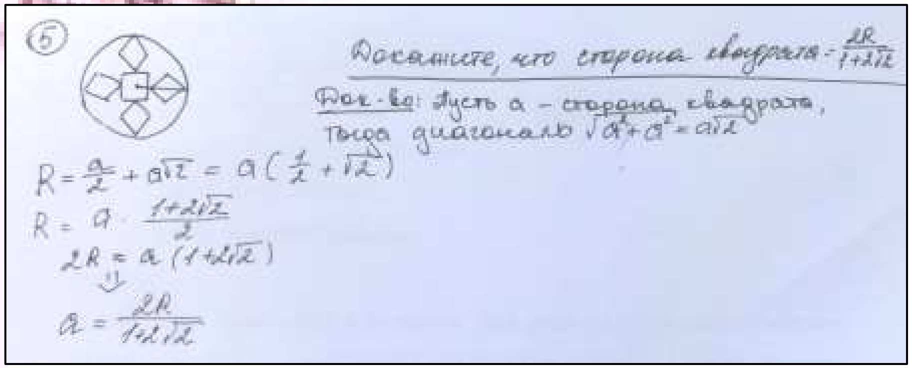
$\sqrt{\left(\frac{a}{b}\right)^2+1} = 2\left(\frac{a}{b}\right)^2 + \frac{a}{b} - 1$. Введем искомое переменной и получаем ур-ние

$\sqrt{x^2+1} = 2x^2 + x - 1$. Точное решение для нас невозможно, поэтому используем функционально-графический метод.

Получим, что $x \approx 0{,}8546$.

Задача 4

Решения



⑤ Докажите, что сторона квадрата $=\frac{2R}{1+2\sqrt{2}}$

Док-во: Пусть a – сторона квадрата, тогда диагональ $\sqrt{a^2+a^2}=a\sqrt{2}$

$R=\frac{a}{2}+a\sqrt{2}=a\left(\frac{1}{2}+\sqrt{2}\right)$

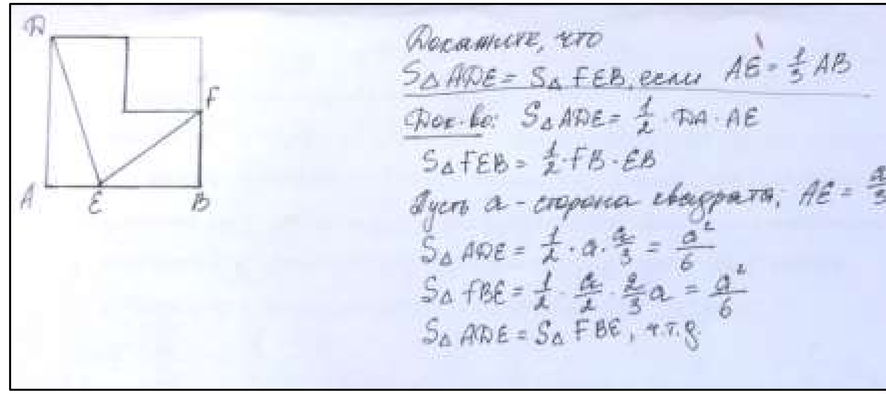
$R=a\cdot\frac{1+2\sqrt{2}}{2}$

$2R=a(1+2\sqrt{2})$

$\Downarrow$

$a=\frac{2R}{1+2\sqrt{2}}$

Задача 5



Докажите, что $S_\triangle ADE=S_\triangle FEB$, если $AE=\frac{1}{3}AB$

Док-во: $S_\triangle ADE=\frac{1}{2}\cdot DA\cdot AE$

$S_\triangle FEB=\frac{1}{2}FB\cdot EB$

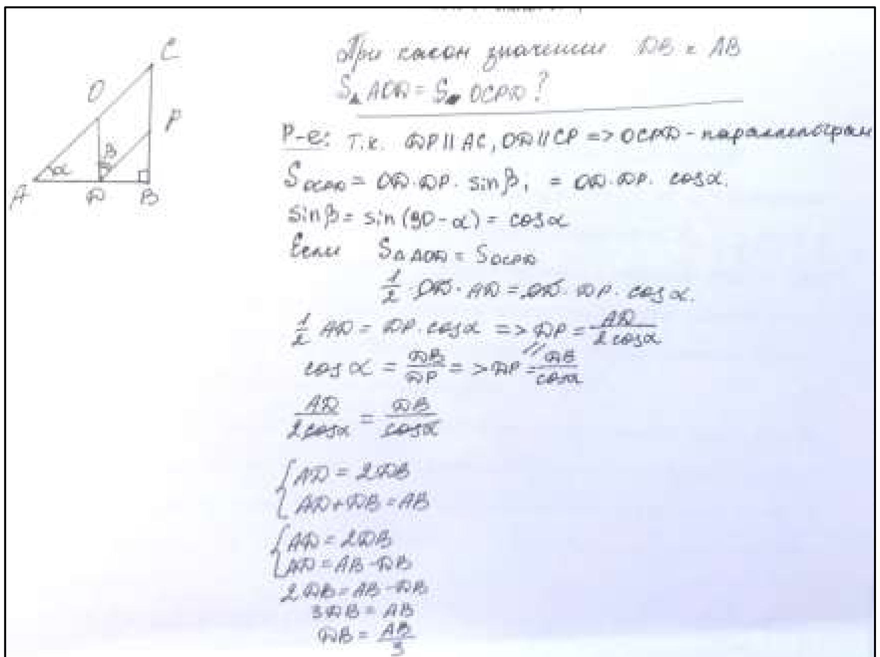
Пусть a – сторона квадрата, $AE=\frac{a}{3}$

$S_\triangle ADE=\frac{1}{2}\cdot a\cdot\frac{a}{3}=\frac{a^2}{6}$

$S_\triangle FBE=\frac{1}{2}\cdot\frac{a}{2}\cdot\frac{2}{3}a=\frac{a^2}{6}$

$S_\triangle ADE=S_\triangle FBE$, ч.т.д.

Задача 7



При каком значении $DB : AB$ $S_\triangle ADO=S_{▱}OCPD$?

Р-е: Т.к. $DP \parallel AC$, $OD \parallel CP \Rightarrow OCPD$ – параллелограмм

$S_{OCPD}=OD\cdot DP\cdot\sin\beta = OD\cdot DP\cdot\cos\alpha$

$\sin\beta=\sin(90-\alpha)=\cos\alpha$

Если $S_\triangle ADO=S_{OCPD}$

$\frac{1}{2}OD\cdot AD=OD\cdot DP\cdot\cos\alpha$

$\frac{1}{2}AD=DP\cdot\cos\alpha \Rightarrow DP=\frac{AD}{2\cos\alpha}$

$\cos\alpha=\frac{DB}{DP}\Rightarrow DP=\frac{DB}{\cos\alpha}$

$\frac{AD}{2\cos\alpha}=\frac{DB}{\cos\alpha}$

$\begin{cases} AD=2DB \\ AD+DB=AB \end{cases}$

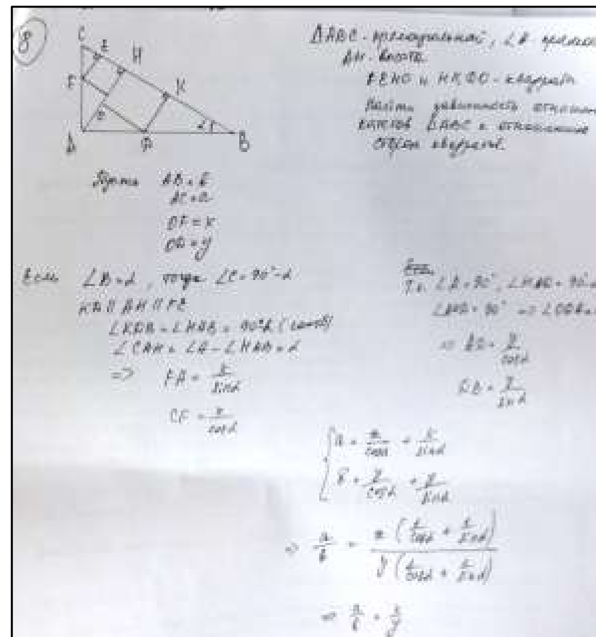
$\begin{cases} AD=2DB \\ AD=AB-DB \end{cases}$

$2DB=AB-DB$

$3DB=AB$

$DB=\frac{AB}{3}$

Задача 6



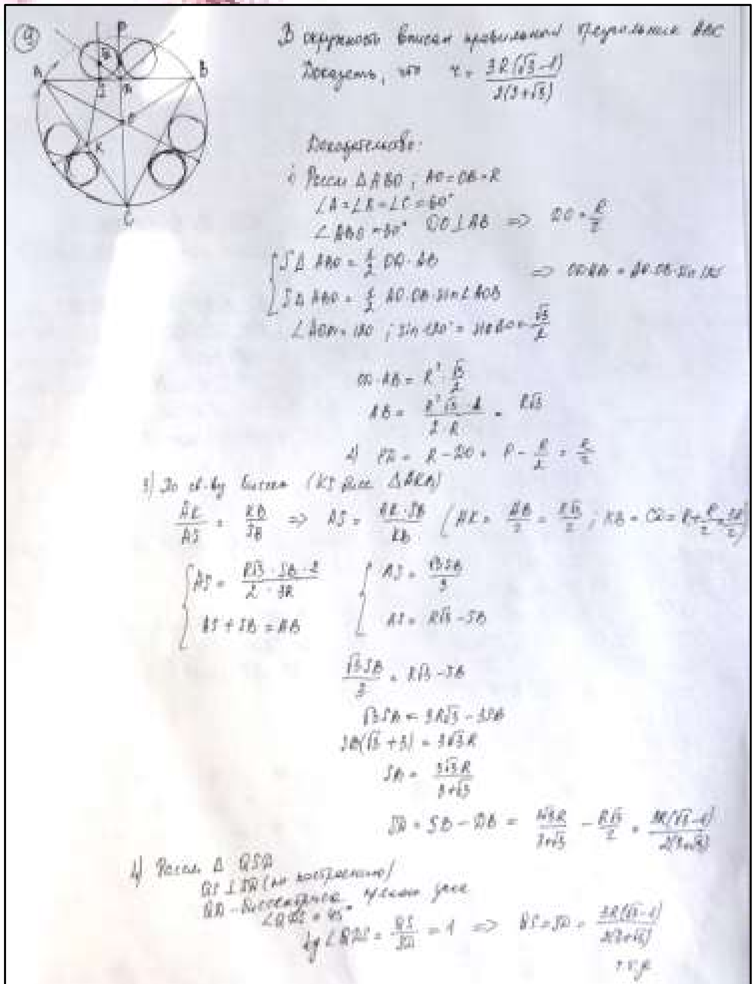
$\triangle ABC$ – прямоугольный, $\angle A$ прямой, AH – высота

Найти зависимость отношения катетов $\triangle ABC$ к отношению сторон квадратов.

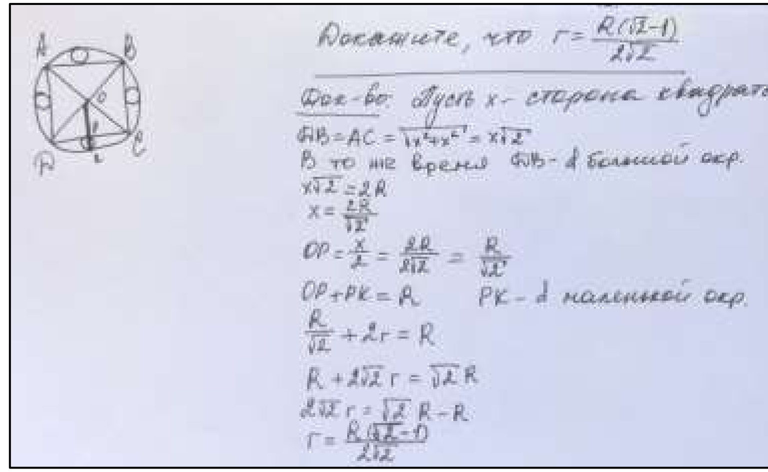
Пусть $AB=b$, $AC=a$, $DF=x$, $DP=y$

Задача 8

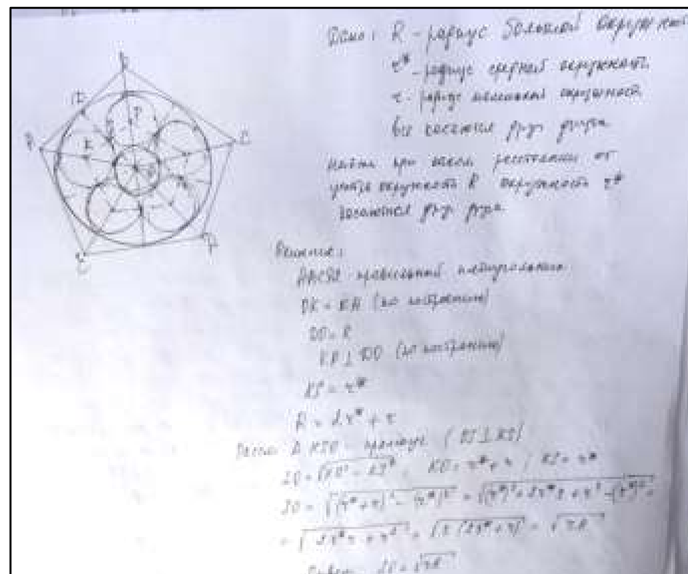
Решения



Задача 9

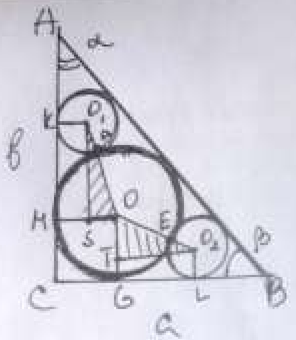


Задача 11



Задача 12

Решения



Найти: отношение окр. с центрами O_1 и O_2.

Р-е: Пусть $O_1K = R_1$; $O_2L = R_2$; $OM = R_0$; острые углы $\triangle ABC$ α и β.

Рассмотрим $\triangle O_2OT$ и $\triangle O_1OS$.

$$\sin\frac{\alpha}{2} = \frac{R_0 - R_1}{R_0 + R_1} \; [1]; \quad \sin\frac{\beta}{2} = \frac{R_0 - R_2}{R_0 + R_2} \; [2].$$

Из равенств [1] и [2] выразим R_0

$$R_0 = \frac{R_1(\sin\frac{\alpha}{2} + 1)}{1 - \sin\frac{\alpha}{2}}, \quad R_0 = \frac{R_2(\sin\frac{\beta}{2} + 1)}{1 - \sin\frac{\beta}{2}}.$$

Приравниваем:

$$\frac{R_1(\sin\frac{\alpha}{2} + 1)}{1 - \sin\frac{\alpha}{2}} = \frac{R_2(\sin\frac{\beta}{2} + 1)}{1 - \sin\frac{\beta}{2}} \Rightarrow \frac{R_1}{R_2} = \frac{(\sin\frac{\beta}{2} + 1)(1 - \sin\frac{\alpha}{2})}{(1 - \sin\frac{\beta}{2})(\sin\frac{\alpha}{2} + 1)} \; [3].$$

$\frac{AC}{CB} = 2$ (по условию). Найдем значение выражения.

$tg\,\alpha = \frac{a}{b} = \frac{1}{2}$; $tg\,\beta = \frac{b}{a} = 2$. $\sin\frac{\alpha}{2} = \sqrt{\frac{1 - \cos\alpha}{2}}$ и $\cos\alpha = \frac{1}{\sqrt{1 + tg^2\alpha}}$

Тогда $\cos\alpha = \frac{2}{\sqrt{5}} \Rightarrow \sin\alpha = \sqrt{\frac{\sqrt{5} - 2}{2\sqrt{5}}}$. Аналогично $\cos\beta = \frac{1}{\sqrt{5}}$,

$$\sin\frac{\beta}{2} = \sqrt{\frac{\sqrt{5} - 1}{2\sqrt{5}}}.$$

Подставляем $\sin\frac{\alpha}{2}$ и $\sin\frac{\beta}{2}$ в равенство [3] и получаем, что $\frac{R_1}{R_2} \approx 2{,}01$.

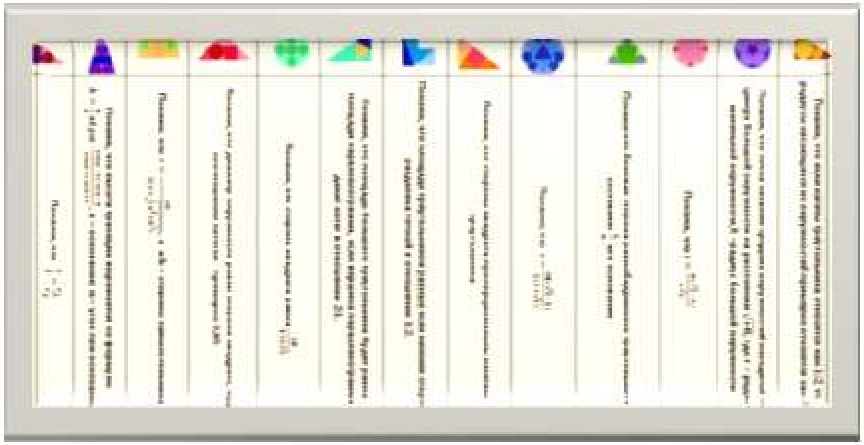
Задача 13

Основные результаты

1. Сформулированы требования к исторической реконструкции задач Сангаку

2. Сформулированы с соблюдением стилевых особенностей и решены с применением теоретических и экспериментальных методов 13 задач сангаку, которые не были описаны ранее в литературе

3. Реконструирована на уровне исторической стилизации сангаку храма Aga



Литература

1. Щетников А. Японская храмовая геометрия/А. Щетников // Математика - Первое сентября, 2006. № 17.- С.18-21
2. Храмовая геометрия, электронный ресурс, режим доступа https://dirty.ru/khramovaia-geometriia-349791/
3. FUKAGAWA H., PEDOE D. *Japanese Temple Geometry Problems*. Winnipeg: Charles Bab-bage Research Foundation, 1989.
4. Р.И.Максимов, И.Э.Максимова «НЕКОТОРЫЕ АСПЕКТЫ МЕТОДОЛОГИИ НАУЧНОЙ РЕКОНСТРУКЦИИ И ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ЕЕ В НАУЧНО-ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ МУЗЕЕВ» , электронный ресурс, режим доступа http://1400.xn--p1ai/about/about_sciense/
5. Тарасов Денис Аркадьевич: Историческая реконструкция, проблемы развития http://samlib.ru/t/tarasow_d/recon_problem.shtml
6. Хабаров В.В. Реконструкторам о реконструкции // Реконструкция исторического костюма: Сб. м-лов Fashion-блока XV Международного фестиваля 'Зиланткон'. Казань, 2006. С. 8.

Спасибо за внимание!