



Номинация
«Математика и искусство»



Секреты головоломок

Работу выполнила ученица 9 класса:

Дроздова Анна Владиславовна – Drozdova Anna

163001 г. Архангельск, пр. Обводный канал д. 72 кв. 62

телефон: +79115715965; e-mail: drozdovaanya2000@mail.ru;

Научный руководитель работы:

Павлова Мария Александровна – Pavlova Maria

Руководитель кружка «Экспериментальная математика» для 7-9

классов САФУ, телефон: +79539380846,

e-mail: maria070583@mail.ru.

Введение

Что такое головоломка?

- непростая математическая задача
- развивающая игра
- произведение искусства



Введение

- Кто может похвастаться, что справится с любой головоломкой?

Простая версия головоломки

Для приобретения навыков начнем с самого простого варианта. «Пятнашки» 2x2 прекрасно помогут

упомят
цифра
упоряд
перем

Схема
предн
распо
едини
перем
едини

В резу
собрать
«Пятнашки»?



СНОВА
КУБИК



подробную статью о
гражданстве в этой те-
матике Николай
преддемонстрировал
небуквально на формул,

дум как переписать
182 год) главы, кото-
ра описывает кубик и

Прежде всего договоримся: для
определенности кубиками мы бу-
дем называть лишь маленькие
кубики, из которых состоит голо-
воломка, а сам кубик Рубика —
кубом.

Предполагая, что лица проти-
воположных сторон куба имеют
такие цвета: белая — желтая,

на нижней стороне белый цвет,
боковые грани которого должны
быть оклеены не только нижней
стороне куба, но и боковым сторо-
нам — синей, оранжевой, зеленой
и красной. Делать этого не следо-
ует. Выложите боковой кубик,
маленькой белой гранью, на бортик
белой грани выте. Затем, пере-

- Существуют ли универсальные принципы решения головоломок?

- Можно ли определив тип головоломки сразу же понять, как она устроена и как следует действовать, чтобы решить ее?

ме. Но наши планы нарушил молодой математик Николай Николаевич МИХАЙЛЕНКО. Он пришел к нам в редакцию и продемонстрировал оригинальный способ решения головоломки, не требующий ни формул, ни сложных рисунков.

ую о
і те-

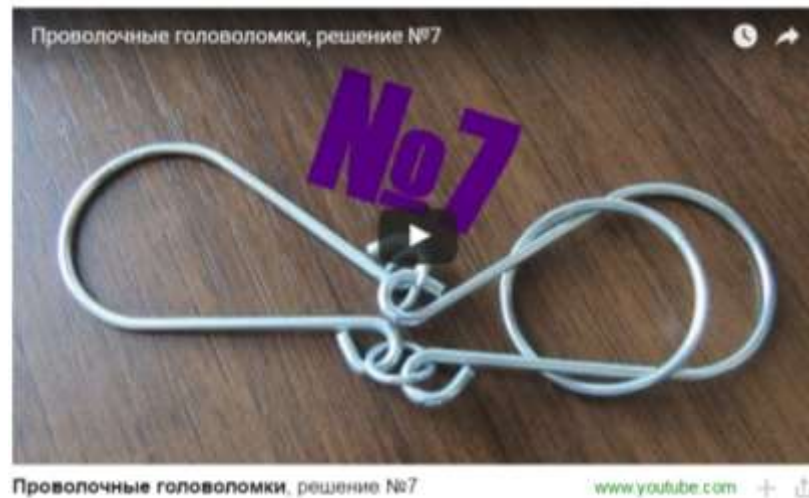
Схема
«Пятн

Аннотация

Главной целью этой работы является создание классификации головоломок, помогающей определить устройство и принципы их решения.

Объект исследования: головоломки.

Предмет исследования: принципы создания и решения ГОЛОВОЛОМОК.



Гипотеза: Принципы создания головоломки определяют принципы их решения.

Задачи исследования:

1. Уточнить понятие головоломки
2. Узнать правила классификации и найти существующие классификации головоломок.
3. Выявить основные принципы решения головоломок
- 4. Создать классификацию головоломок по принципу их решения**
5. Апробировать эффективность классификации на головоломках, созданных своими руками.

Методы исследования:

- ✓ Сбор и анализ литературы, описывающей принципы создания и решения головоломок, их классификации
- ✓ Анализ и сравнение различных головоломок
- ✓ Обобщение принципов их создания и решения
- ✓ Классификация головоломок

Результат решения задачи 1

Определения в литературе

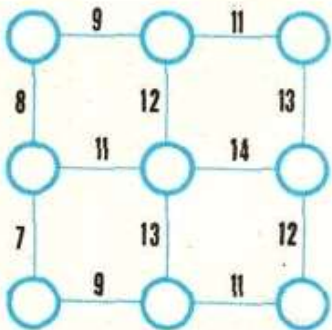
- это задача, для решения которой, как правило, требуется сообразительность, а не специальные знания высокого уровня (занимательная математика)

- забавная поделка, состоящая из различных соединенных между собою элементов, которые необходимо разъединить (производство).

Головоломки

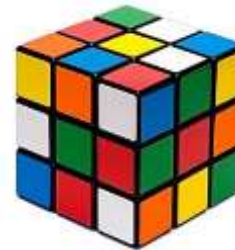
Квадрат цифр

Впишите в кружочки на рисунке цифры от 1 до 9 так, чтобы сумма цифр в любых двух соседних кружочках равнялась числу, написанному между этими кружочками.



Бокал с вишенкой
Передвинуть 2 спички
чтобы вишня
оказалась за пределами
бокала

Уложи так, чтобы каждая грань имела свой цвет



Сложи из частей



Распутай



Результат решения задачи 1

Наше определение

Головоломка - это задача, для решения которой, как правило, требуется сообразительность, а не специальные знания высокого уровня [1]

Головоломка - забавная поделка, состоящая из различных соединенных между собою элементов, которые необходимо разъединить [13].



Головоломка - это **задача** для одного человека, поставленная с помощью текста, рисунка или **поделки**, решаемая мысленными или реальными манипуляциями с помощью логики и рассуждений.



головаломка



не головаломка,
2 человека

Результат решения задачи 2

- **Классификация** – это действие разделения множества (M) на части (подмножества M_i), осуществляемое по определенным правилам:
 1. Существует признак классификации, такой что если $a, b \in M_i$, то $a = b$; если $a \in M_j, b \in M_i$ ($i \neq j$), то $a \neq b$.
 2. В каждом классе (подмножестве M_i), есть хотя бы один элемент множества M .
 3. Нет ни одного элемента в M , который принадлежал бы сразу двум классам.
 4. Объединение всех классов совпадает с самим множеством M .

Классификация головоломок по периоду их создания

Период	Характеристика	Пример
от зарождения математики до IX века	математические задачи-шутки	В семи домах содержат по семь кошек. Каждая кошка ловит семь мышей в день, а каждая мышь, останься она живой, съела бы за тот же день семь колосьев пшеницы. Если каждый колос может дать семь гектаров зерна, сколько всего здесь перечислено? (папирус датир. XVII до.н.э. Ахмес)
втор. половина IX – середина XIX вв.	задачи занимательной математики	Задача по волка козу и капусту из сборника “Задачи для развития молодого ума” Алкуина, IX век, всего 53 задачи.
конец XIX – начало XX веков	интеллектуальные игры для досуга	 - американец Сэм Лойд англичанин Генри Дьюдени - 
с сер. XX по настоящее время	направление производства и вид спорта (с 1992г.)	 - создан в 1974 Эрне Рубиком (предмет игр, исследований, соревнований)

Классификация головоломок по их авторам

Головоломка	Ее автор
 <p data-bbox="469 491 595 522">пазлы</p>	<p data-bbox="672 429 1213 525">профессор математики из США Эрих Фридман.</p>
 <p data-bbox="320 736 595 772">кубик рубика</p>	<p data-bbox="823 619 1058 658">Эрнё Рубик</p>
 <p data-bbox="397 929 595 961">пятнашки</p>	<p data-bbox="710 811 1174 851">американец Сэм Лойд</p>
 <p data-bbox="436 1058 595 1089">4 масти</p>	<p data-bbox="662 1001 1232 1041">украинец Сергей Грабарчук</p>
	<p data-bbox="774 1250 1112 1290">Яков Перельман</p>

СОЮЗ СОВЕТСКИХ
СОЦИАЛИСТИЧЕСКИХ
РЕСПУБЛИК

№ SU 1117069 A

SU A 63 F 9/08

ГОСУДАРСТВЕННЫЙ КОМИТЕТ СССР
ПО ДЕЛАМ ИЗОБРЕТЕНИЙ И ОТКРЫТИЙ

ОПИСАНИЕ ИЗОБРЕТЕНИЯ
И АВТОРСКОМУ СВИДЕТЕЛЬСТВУ

ВЕСИШОС
33
ИЗДАНИЕ
ИЗДАТЕЛЬСТВО
СОВЕТСКОЕ

(21) 350274/29-12
(22) 04.09.82
(46) 07.10.84, Всп. № 37
(72) С.А.Грабарчук
(53) А63.7(008.0)
(56) 1. Патент Англии № 2007245,
кл. А 63 F 9/08, 1981.

(54) (57) ШЕСТИНА ПЕРИМЕТРА ГОЛОБО-
БОМКА, содержащая одну и ту же
игровую элемент, образованный секто-
рами, установленными с возможностью
углового вращения относительно

горизонтальной оси в диаметральной
плоскости диска для игрового элемен-
та и взаиморасположены с игровой
поверхностью диска и выступом, от-
личающимся тем, что,
с диском выполнены взаимность,
один элемент в виде диска,
установленного с возможностью дис-
кового вращения и содержащего четное
число секторов, в дисковой игровой
элемент состоит из двух дисков, рас-
положенных на противоположных диаметр-
альных диаметрах.



№ SU 1117069

Классификация по материалу

Устные
головоломки

1. Логические задачи

Головоломки
с
предметами

1. Головоломки из спичек
2. Шнурковые

Механические
головоломки

1. Проволочные
2. Магнитные
3. Деревянные
4. Пластиковые

Печатные
головоломки

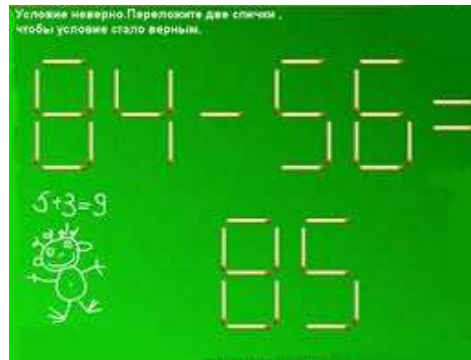
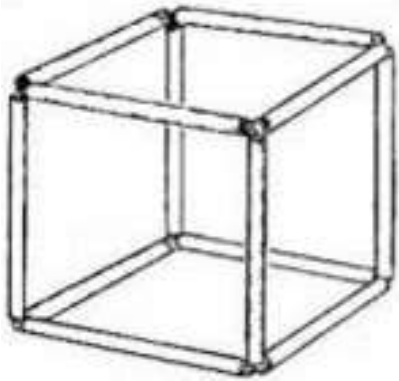
1. Бумажные
2. Задачи на внимание

Логические задачи

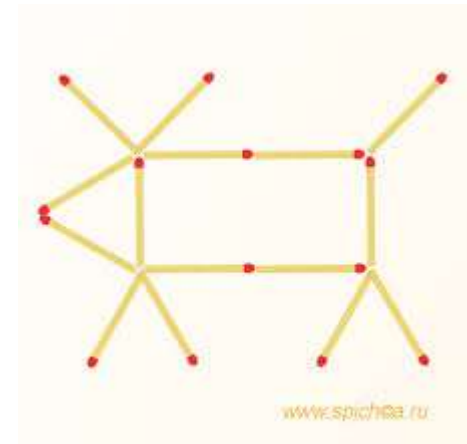
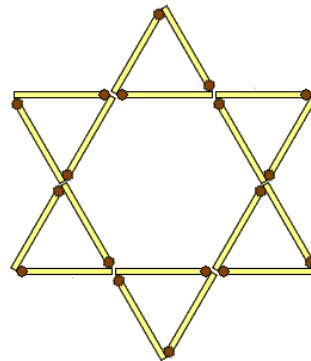
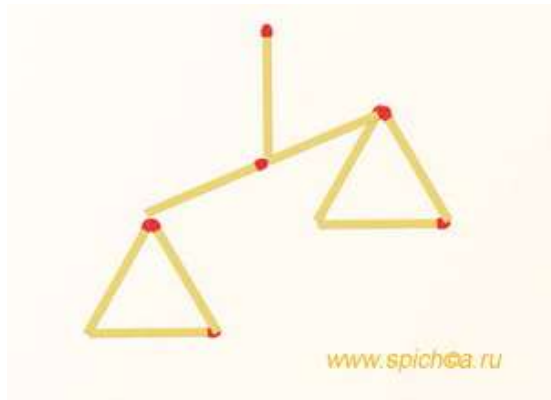
- У Вас есть два шнура (фитиля). Каждый шнур, подожженный с конца, полностью сгорает дотла ровно за один час, но при этом горит с неравномерной скоростью. Как при помощи этих шнуров и зажигалки отмерить время в 45 минут?
- Дано: 20 баночек с таблетками. В 19 баночках лежат таблетки весом 1 г, а в одной — весом 1,1 г. Даны весы, показывающие точный вес. Как за одно взвешивание найти банку с тяжелыми таблетками?
- Пять землекопов за 5 часов выкапывают 5 м канавы. Сколько потребуется землекопов, для того чтобы выкопать 100 м канавы за 100 часов?

Головоломки с предметами

Головоломки из спичек

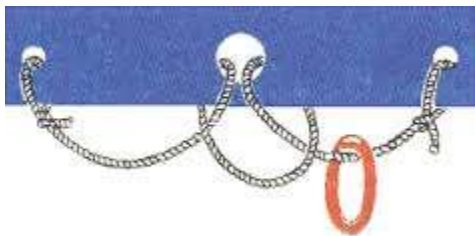


VremyaZabav.ru



Головоломки с предметами

Шнурковые



Механические головоломки

Проволочные



Механические головоломки

Деревянные



Механические головоломки

Магнитные



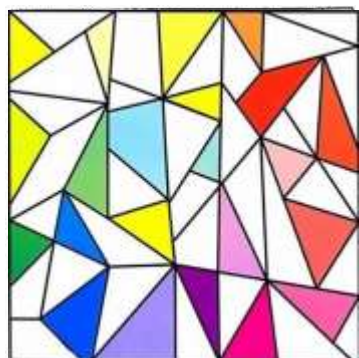
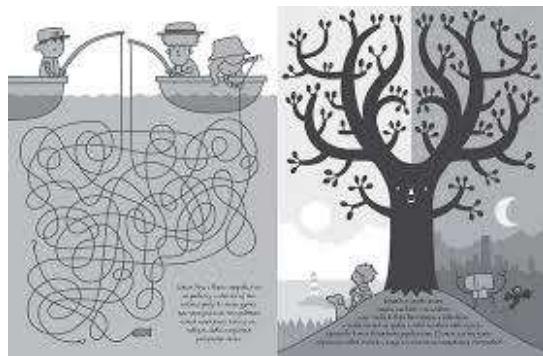
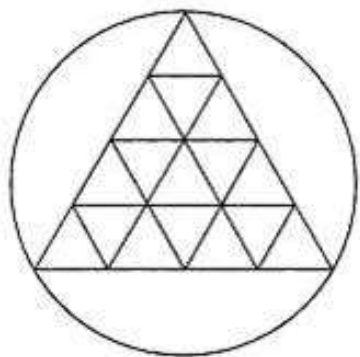
Механические головоломки

Пластиковые

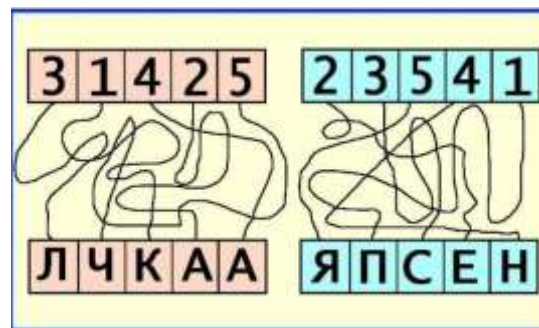
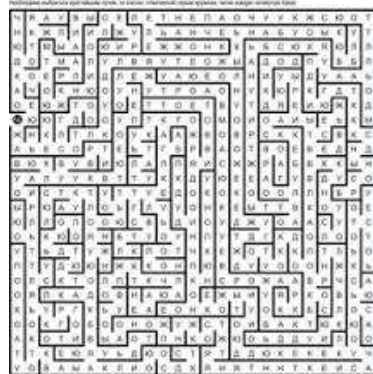


Печатные головоломки

Пазлы, задачи на внимание



Лабиринт прочти фразу



Результаты решения задачи 3

Был проведен анализ описаний способов решений головоломок [1-7], собраны и решены различные головоломки, что позволило выявить некоторые принципы:

1. Принцип Дирихле
2. Балансировка худшего случая
3. Топологический принцип
4. Эйлеровы правила
5. Перемещение
6. Упаковка

Принцип Дирихле

Если в n клетках сидит не менее $n+1$ кроликов, то хотя бы в одной клетке находится более одного кролика.

С помощью этого принципа можно решать логические головоломки, например:

Грани куба окрашены в 2 цвета. Докажите, что найдутся две соседние одноцветные грани.

Решение: Рассмотрим три грани куба, имеющие общую вершину. Назовем их «кроликами», а данные цвета — «клетками». По принципу Дирихле, найдутся две грани, окрашенные в один цвет. Они и будут соседними.

Балансировка худшего случая

Если решение приведет к смещению худшего случая, можно выполнить балансировку худшего случая. Пример:

Задача о «девяти шарах» [4]:

У вас есть 9 шаров — восемь имеют одинаковый вес, а один более тяжелый. Вы можете воспользоваться весами, позволяющими узнать, какой шар тяжелее. Требуется найти тяжелый шар за два взвешивания.

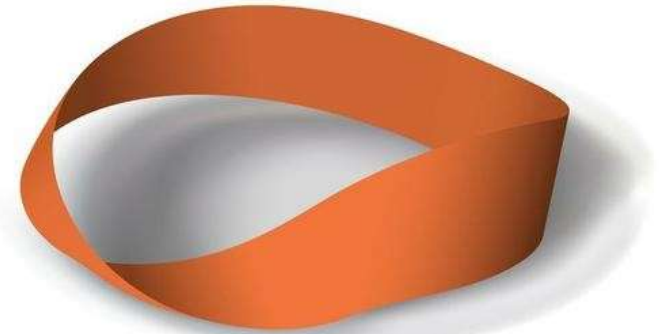
Решение: Разделите шары на две равные группы, оставшийся шар можно пока отложить в сторону. Если одна из групп тяжелее, значит, шар находится в ней. Если обе группы имеют одинаковый вес, тогда девятый шар — самый тяжелый. Если воспользоваться этим же методом ещё раз, то в худшем случае вы получите результат за три взвешивания — одно лишнее!

Это пример несбалансированного худшего случая. Чтобы определить, является ли девятый шар самым тяжелым, нужно одно взвешивание, а чтобы выяснить, где он, — три.

Топологический принцип

Топология наука занимающаяся изучением таких свойств тел, фигур и предметов, которые не меняются при растяжениях и сжатиях. Зародилась топология в мире головоломок, когда в 1736 году математик Леонард Эйлер исследовал знаменитую задачу о семи кенигсбергских мостах на реке Прегель.

Среди топологических головоломок наиболее популярны шнурковые головоломки.



Примеры решений

шнурковых головоломок

Африканская головоломка:

К планке в трёх точках привязан шнурок. На шнурке висит кольцо, которое надо передвинуть вдоль всей верёвки, не отвязывая её от планки.

Решение данной головоломки представлено на рисунке:

переведите кольцо направо к центральному отверстию;

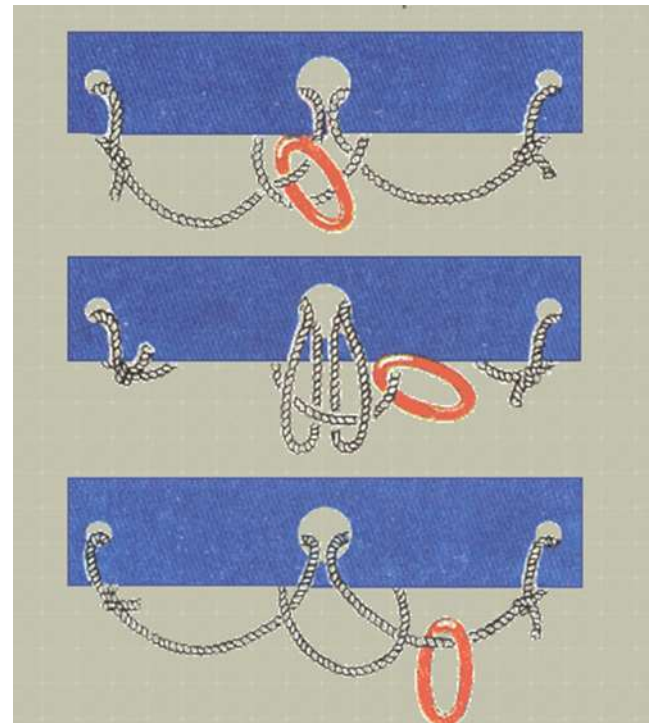
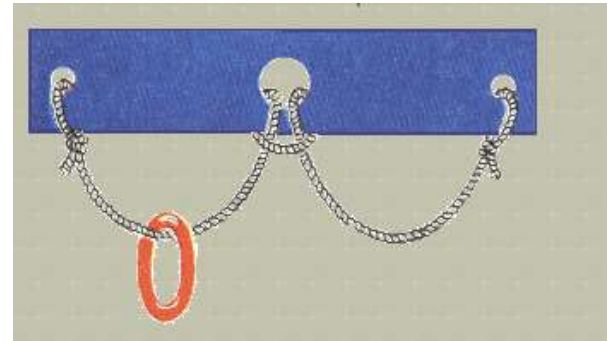
потяните на себя два шнурка, выходящие из отверстия;

вытащите наружу узел, в который переплелись шнурки;

продвигайте кольцо вдоль шнурка, на котором оно висит, через весь узел;

узел втащите обратно внутрь отверстия;

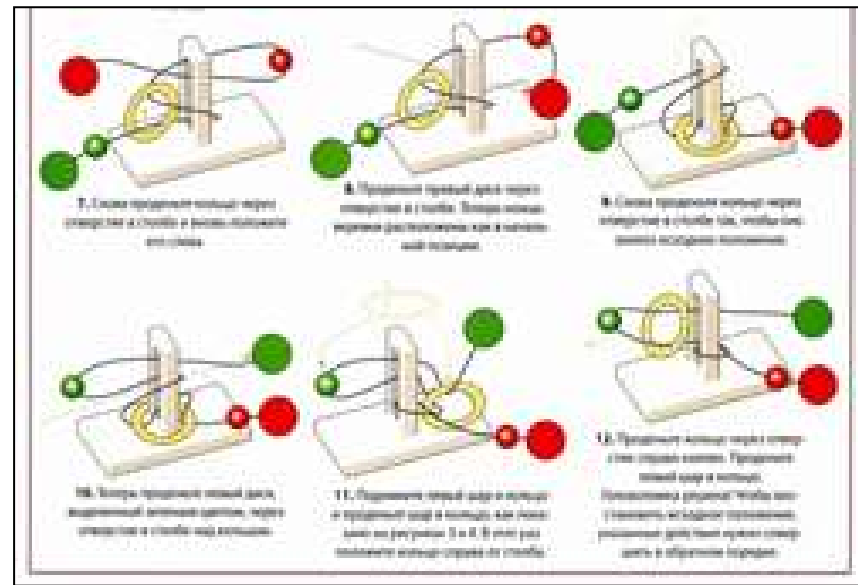
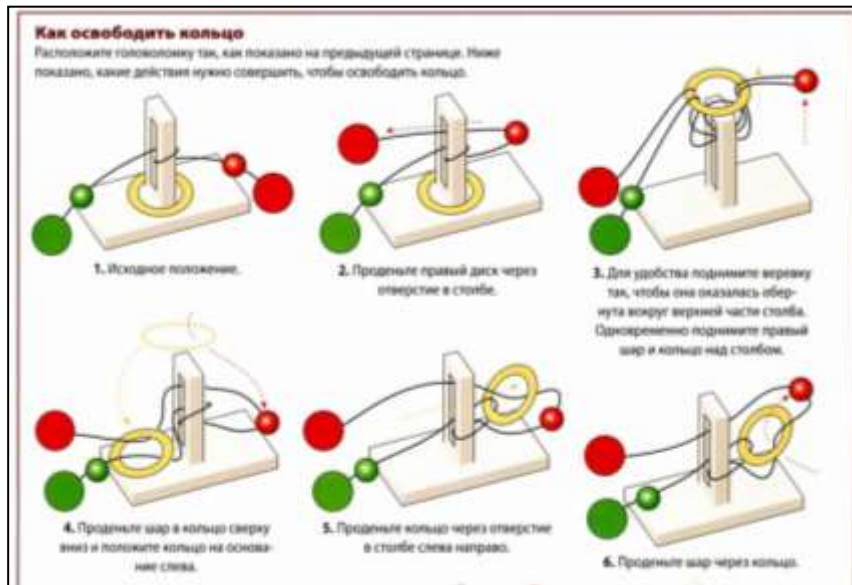
кольцо переведите направо до конца планки [11].



Примеры решений шнурковых головоломок

Головоломка «Освободи кольцо»

Кольцо лежит на основании головоломки, извлечь его мешает веревка, которая проходит через отверстие в столбе и обернута вокруг него, а на каждом конце веревки привязано по одному шару и одному диску. Необходимо освободить кольцо [10].
Решение представлено на рисунке.



Эйлеровы правила

Задача о вычерчивании единым росчерком пера некоторой замкнутой кривой.

Решение

1. Отметить, в скольких узлах сходится четное число линий и в скольких — нечетное.

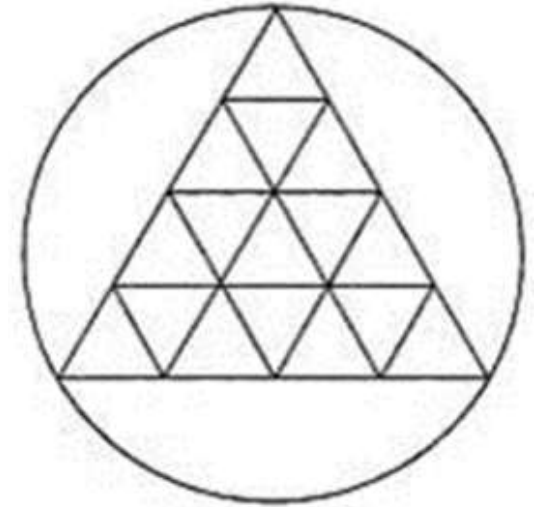
Если все узлы **«четны»**, то кривую можно расчертить начиная с любой точки и множеством способов.

Если два узла **нечетны**, то кривую все же можно вычертить, но для этого нужно начать обводить ее с одного нечетного узла и закончить на другом нечетном узле.

Если задача с двумя нечетными узлами имеет хоть какое-нибудь решение, то соответствующую кривую можно обойти по маршруту без самопересечений.

Задача вообще не имеет решения, когда число **нечетных узлов больше двух**.

Помня эти эйлеровы правила, можно без труда решать головоломки, связанные с вычерчиванием кривых и обходом хитроумных маршрутов.



Перемещение

Цель головоломок на перемещение состоит в том, чтобы переместить элементы головоломки в определенное положение, не выходя за пределы формы и не вынимая их.

Ротация 3D и Ротация 2D

Примеры:

Ротация 3D – «Кубик Рубика»

Ротация 2D - «Пятнашки»

Упаковка

Головоломки данного вида представляют собой **отдельные разрозненные части**, которые необходимо собрать в определённую геометрическую фигуру.

Части могут быть как плоскими, так и объёмными.

Плоские: танграм и др.

Объёмные: Кубики Сома, Крест Макарова и др.

Результат решения задачи 4

Классификация по принципу решения

Вид головоломки	Суть принципа	Пример
Головоломки, решаемые по принципу Дирихле	Если в n клетках сидит не менее $n+1$ кроликов, то хотя бы в одной клетке находится более одного кролика.	Задачи, решаемые по принципу Дирихле, например: «Сладкая парочка»
Головоломки, решаемые с помощью «Балансировки худшего случая»	Если решение приведет к смещению худшего случая, можно выполнить балансировку худшего случая.	Задача о «девяти шарах» и т.п.
Головоломки, решаемые по «Топологическому принципу»	Освободить одну из частей головоломки от основной части	Все проволочные и шнурковые, например «Железный узел»
Головоломки, решаемые по принципу «Перемещение»	Переместить элементы головоломки в определенное положение, не выходя за пределы формы и не вынимая их.	Кубик-рубика, пятнашки и т.п.
Головоломки, решаемые по принципу «Упаковка»	Собрать отдельные разрозненные части в определённую геометрическую фигуру.	Большинство механических головоломок, Кубики Сома, Крест Макарова, пазлы и т.п.
Головоломки, решаемые по «Эйлеровым правилам»	Если все узлы «четны», то кривую можно расчертить начиная с любой точки и множеством способов. Если два узла нечетны, то кривую можно вычертить, для этого нужно начать обводить ее с одного нечетного узла и закончить на другом нечетном узле.	Вычерчивание единым росчерком замкнутой кривой.

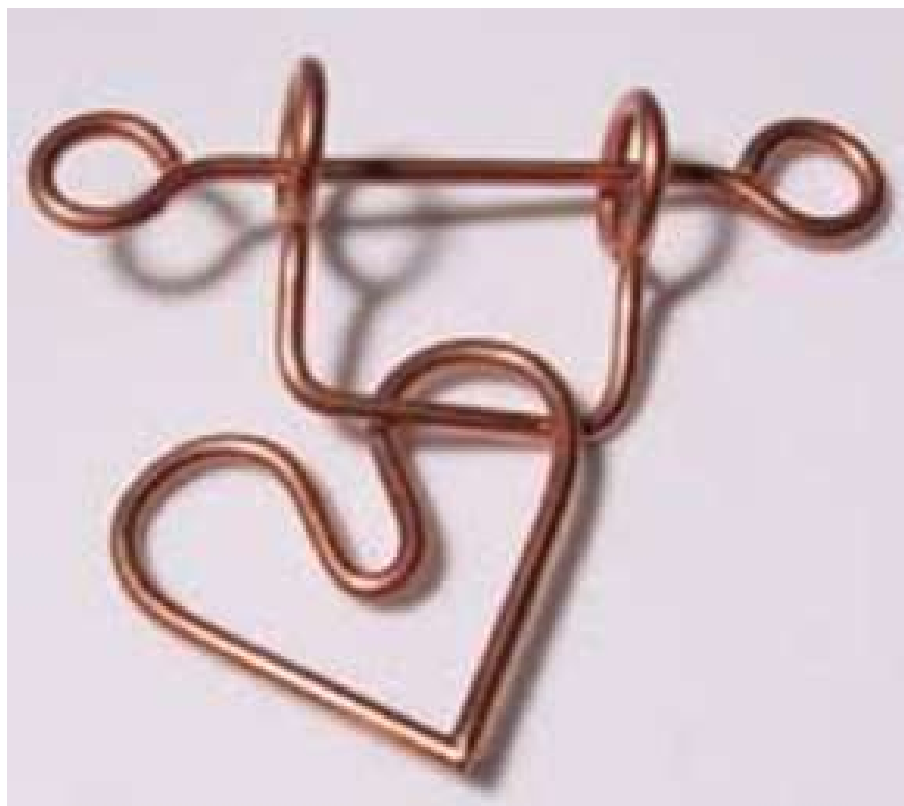
Результат решения задания 5

Коллекция своих головоломок

- «Путаница с пришиванием пуговиц»,
- «Железный узел»,
- «Сладкая парочка»,
- «Эйлерово путешествие в мир японской геометрии».

Топологический принцип

«Железный узел»



Принцип Дирихле

«Сладкая парочка»

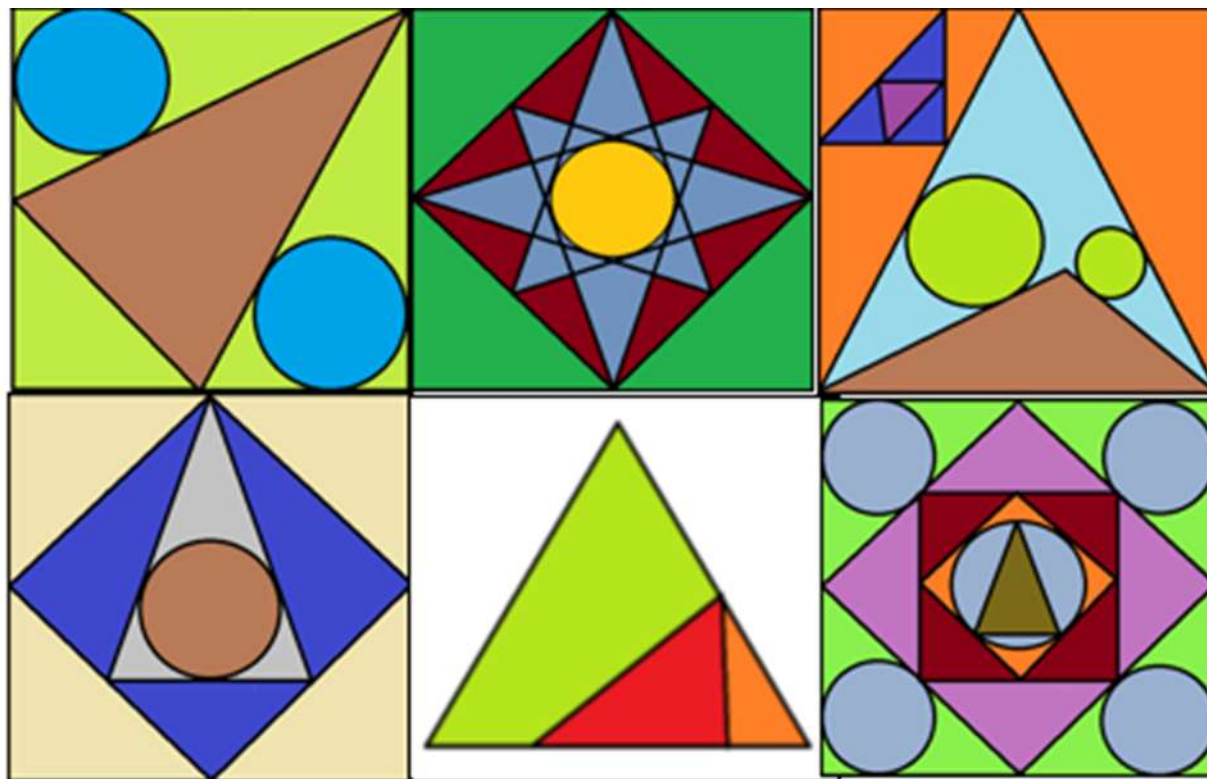
Имеется 25 шоколадок 3 сортов (Марс, Сникерс и Твикс). Верно ли, что не менее 9 из них будут одного сорта?

Решение: Пусть «клетками» у нас будут сорта шоколадок, а «кроликами» - сами шоколадки. По принципу Дирихле найдется «клетка», в которой не менее $25 / 3$ «кроликов». Так как $8 < 25 / 3 < 9$, то найдется 9 шоколадок одного сорта.

Утверждение можно доказать, проводя сразу рассуждения от противного. Пусть шоколадок каждого сорта не более 9, то есть не превышает восьми. Тогда всего шоколадок не больше $3 \times 8 = 24$, а по условию их 25. Противоречие.

Эйлеровы правила

«Эйлерово путешествие в мир японской геометрии»



Итоги работы

- Анализ литературы показал, что не существует универсального подхода к решению головоломок.
- С помощью анализа найденных решений головоломок **разработана собственная классификация** головоломок по основному принципу их решения.
- Представленная классификация помогает ориентироваться в выборе способа решения той или иной головоломки.
- Благодаря изучению головоломок собраны различные и **созданы собственные головоломки** для иллюстрации работы данной классификации.

Решение головоломок тренирует память, развивает логическое и образное мышление и математические способности, заставляет активно работать воображение. А также приносит много пользы и удовольствия как детям, так и взрослым.

Источники информации:

1. История головоломок. Электронный ресурс. Режим доступа: <http://twistypuzzles.ru/forum/index.php?topic=144.0>
2. Библиотека razlib.ru «Глава 22: Занимательная топология»: http://www.razlib.ru/matematika/matematicheskie_golovolomki_i_razvlechenija/p24.php
3. Принцип Дирихле или "клетки" и "зайцы". Электронный ресурс: http://free-math.ru/publ/zanimatel'naja_matematika/zanimatel'naja_matematika/princip_dirikhle_ili_quot_kletki_quot_i_quot_zajcy_quot/14-1-0-183
4. Головоломки: способы решения. Электронный ресурс: <http://annimon.com/article/478>
5. http://www.igroved.ru/articles/igroved_thinkfun-and-bondibon5.php
6. Энциклопедия «Мир головоломок». Электронный ресурс, режим доступа: <http://puzzlepedia.ru/mechanicheskie-golovolomki.html>
7. Логические задачи и головоломки, электронный ресурс, режим доступа: http://www.smekalka.pp.ru/math_dir.html
8. Головоломки. Электронный ресурс: <http://k16-omsk.ru/project/golovo/01.htm>
9. Что такое алгоритм? Электронный ресурс. <http://pco.iis.nsk.su/ICP/Introduction/dd1/node3.html>
10. Журнал «Занимательные головоломки», 2013, №48.
11. А. Т. Калинин, Головоломки из пуговиц и ниток; проволоки, бечёвок и шнурков, электронный ресурс. Режим доступа: <http://ipuzzles.ru/topological-puzzles/kalinin-puzzles-from-buttons-threads-wire-laces/#more-190>
12. Журнал «Первое сентября», 2014, №11, Н.И. Авилов «Две подковы» на счастье.
13. Толковый словарь русского языка <http://tolkslovar.ru/>

Спасибо за внимание