

ОСНОВЫ ПРИМЕНЕНИЯ СУПЕРКОМПЬЮТЕРНЫХ ТЕХНОЛОГИЙ В ИНЖЕНЕРНОМ АНАЛИЗЕ

Лекция 14

Болдырев Ю.Я., Замотин К.Ю., Петухов Е.П.

Санкт-Петербургский Государственный
Политехнический Университет

boldyrev@phmf.spbstu.ru

Математическое моделирование в пакете MATLAB

2

Краткая история

- MATLAB (сокращение от *Matrix Laboratory*)
- MATLAB как язык программирования был разработан Кливом Моулером в конце 1970-х
- В 1984 году Джон Литтл, Клив Моулер и Стив Бангерт переписали MATLAB на язык С и основали компанию The MathWorks

Типы программ

3

- **Функции**

имеют входные и выходные аргументы, собственное рабочее пространство для хранения промежуточных результатов вычислений и переменных

- **Скрипты**

используют общее рабочее пространство

- **Pre-parsed программы**

функции и скрипты, обработанные в вид, удобный для машинного исполнения

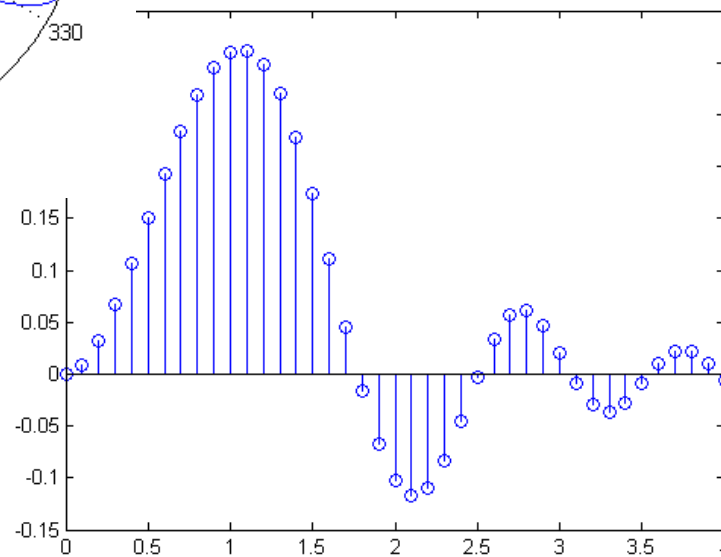
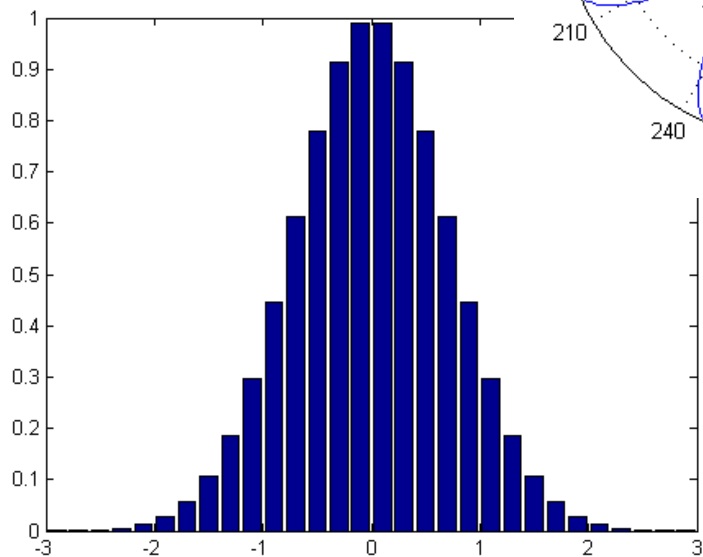
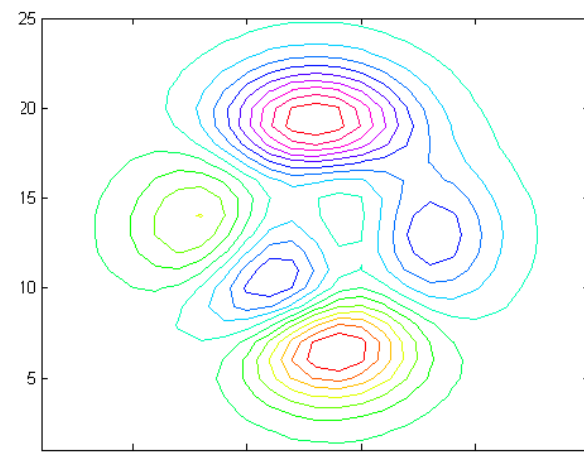
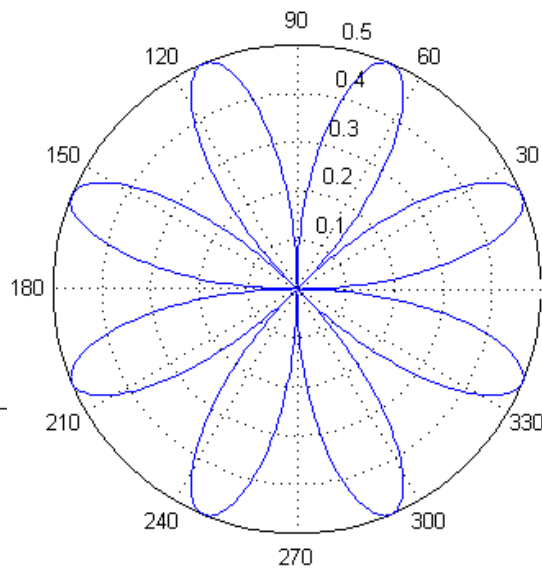
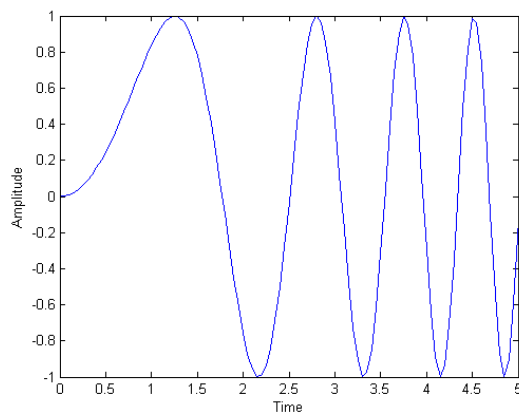
Встроенные функции MATLAB

4

- Матрицы и линейная алгебра
- Многочлены и интерполяция
- Математическая статистика и анализ данных
- Обработка данных
- Дифференциальные уравнения
- Разреженные матрицы
- Целочисленная арифметика

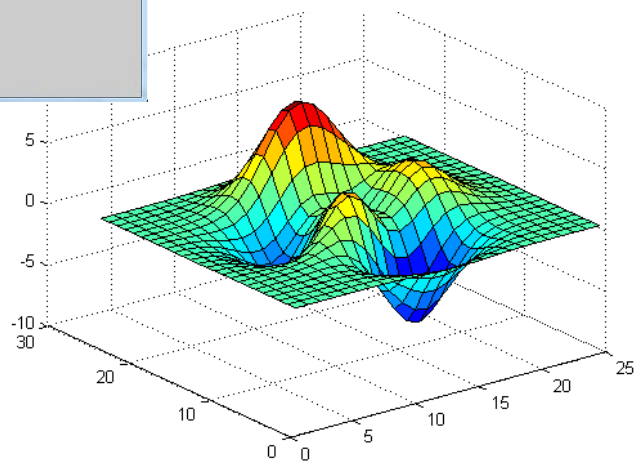
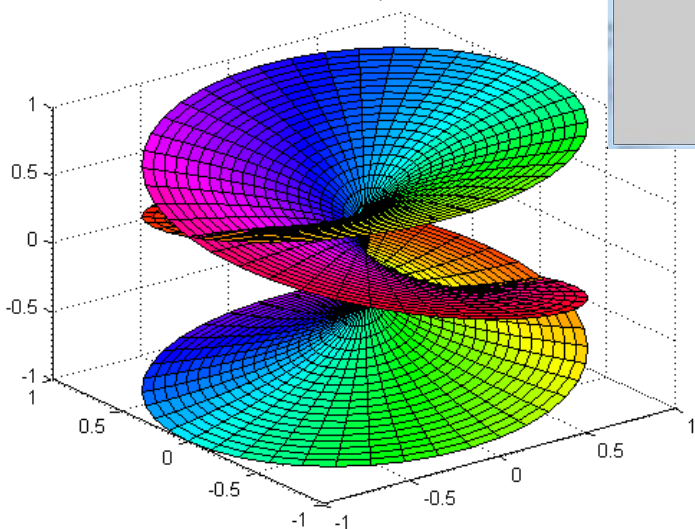
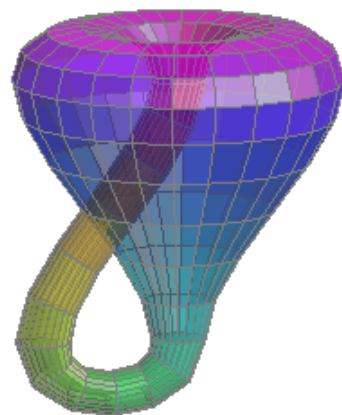
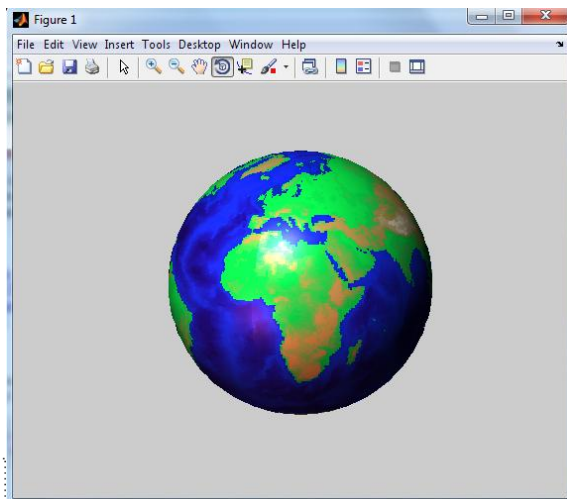
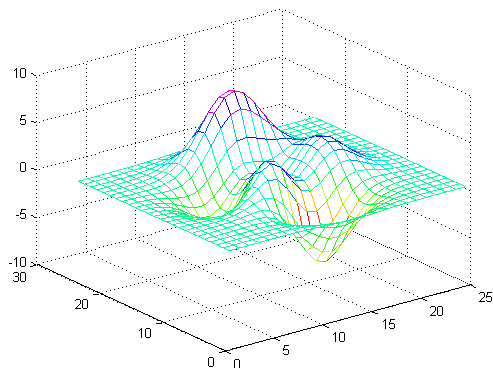
Построение графиков 2D

5



Построение графиков 3D

6



Методы линейной алгебры

7

- Вычисление матричных характеристик
- Решение систем линейных уравнений
- Разложение Холецкого, LU разложение, QR разложение, решение методом наименьших квадратов с ограничениями, методом наименьших квадратов в присутствии шумов
- Вычисление собственных значений и собственных векторов матрицы, приведение к форме Хессенберга, вычисление матричной экспоненты, вычисление логарифма матрицы
- Полиномы и операции над ними: вычисление полинома по массиву коэффициентов, вычисление матричного полинома, умножение и деление полиномов, вычисление производных, корней, характеристического полинома, разложение на простые дроби

Выбор метода решения системы линейных уравнений

8

- / Если матрица треугольная – метод обратной подстановки
- / Матрица симметричная или эрмитова с положительными диагональными элементами - разложение Холецкого.
- / Матрица произвольная квадратная, - треугольное разложение вычисляется методом исключения Гаусса с частичным выбором главного элемента.
- / Разреженная квадратная - алгоритм упорядочения по разреженности столбцов и разложение $A = LU$

Выбор метода решения системы линейных уравнений

9

- Матрица прямоугольная полная - QR-разложение на основе преобразований Хаусхолдера $AP = QR$, где P – матрица преобразований,
 Q – ортогональная и R – верхняя треугольная матрицы.
- Матрица прямоугольная разреженная - формируется вспомогательная расширенная матрица. Решение в соответствии с методом наименьших квадратов и матрица невязок вычисляются путем решения системы с использованием алгоритмов упорядочения по разреженности и исключения Гаусса с выбором главного элемента.

Наборы инструментов (ToolBox)

10

- ❑ Цифровая обработка сигналов, изображений и данных
- ❑ Системы управления:
- ❑ Финансовый анализ
- ❑ Анализ и синтез географических карт, включая трехмерные
- ❑ Сбор и анализ экспериментальных данных
- ❑ Визуализация и представление данных
- ❑ Средства разработки
- ❑ Взаимодействие с внешними программными продуктами
- ❑ Базы данных
- ❑ Научные и математические пакеты
- ❑ Нейронные сети
- ❑ Нечеткая логика
- ❑ Символьные вычисления

Символьные вычисления

11

- Упрощение выражений (приведение подобных, сокращение записи), раскрытие скобок
- Разложение на простые множители, группирование выражения по степеням
- Подстановка одного выражения в другое
- Дифференцирование, в том числе частные производные
- Вычисление определенного и неопределенного интеграла
- Вычисление пределов
- Разложение функции в ряд Тейлора
- Вычисление суммы ряда
- Решение нелинейных уравнений и систем

Пример символьных вычислений в MATLAB

12

```
>> syms x y
```

```
>> f = x^2 + x*y - 3*y + 5*x - 2*x*y + y
```

```
f = 5*x - 2*y - x*y + x^2
```

```
>> diff(f,x)
```

```
ans = 2*x - y + 5
```

```
>> int(f,y)
```

```
ans = y*(x^2 + 5*x) - y^2*(x/2 + 1)
```

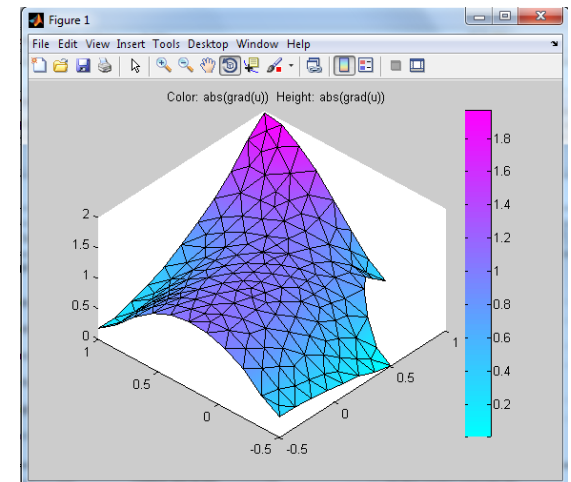
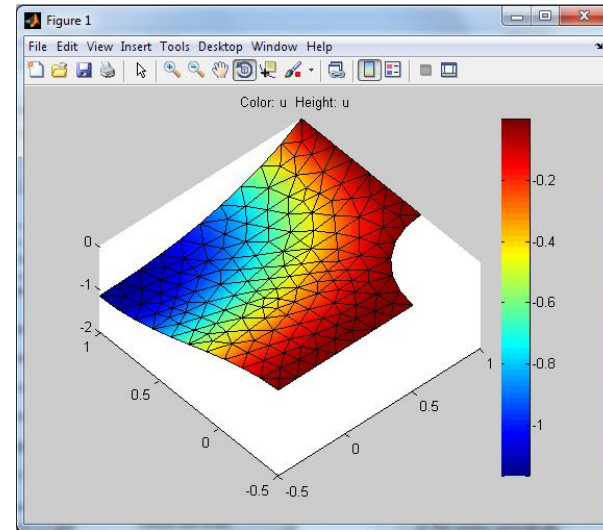
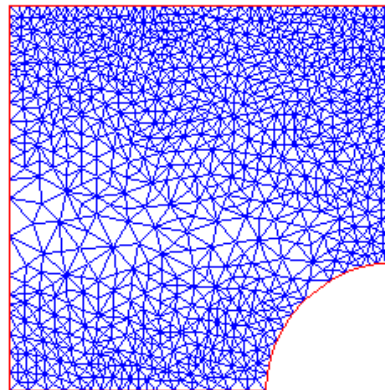
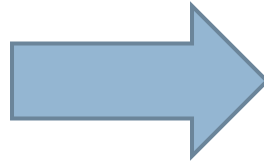
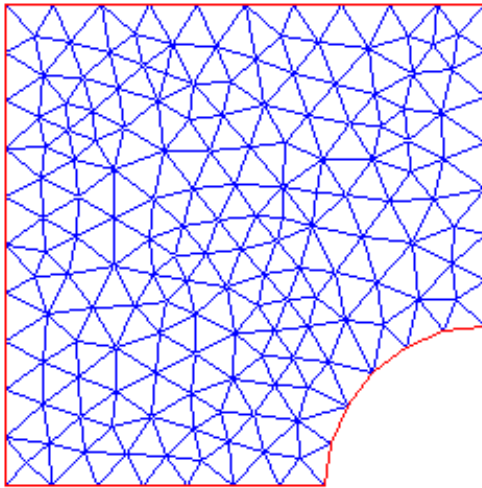
```
>> subs(f,x,5)
```

```
ans = 50 - 7*y
```

Partial Differential Equation Toolbox

13

$$\begin{cases} -\operatorname{div}(A\nabla u) + \rho^2 u = f, u \in \Omega \\ u = u_0, u \in \Gamma_D \\ \mathbf{n} \cdot A\nabla u + qu = g, u \in \Gamma_N \end{cases}$$



Типы решаемых PDE задач

14

- Generic Scalar – скалярная краевая задача;
- Generic System – система PDE;
- Structural Mechanics, Plane Stress – задача теории упругости на недеформируемой сетке;
- Structural Mechanics, Plane Strain – задача теории упругости на деформируемой сетке;
- Electrostatics – PDE электростатики относительно скалярного электрического потенциала;

Типы решаемых PDE задач

15

- Magnetostatics – PDE магнитостатики относительно векторного магнитного потенциала;
- AC Power Electromagnetics – переменное электромагнитное поле;
- Conductive Media DC – электрическое поле постоянного тока в проводящей среде;
- Heat Transfer – уравнение теплопередачи;
- Diffusion – уравнение диффузии.

Параллельные вычисления в MATLAB

16

- Parallel Computing Toolbox
Написание и запуск параллельной программы на локальной машине
- Parallel Computing Toolbox и MATLAB Distributed Computing Server
Вычисления на кластере

Interactive Parallel Mode (pmode)

17

Parallel Command Window

File Edit Desktop Window Help

```
%-- 20.06.13 16...
x=pi
x = labindex
arr = [1 2; 3 4...
arr = arr + one...
arr
whole = codistr...
whole = whole+1000
section = local...
combined = gath...
dbj = codistrib...
I = eye(6, dbj)
dbj = codistrib...
I = redistribut...
%-- 27.06.13 12...
clear
clc
segment = [1 2;...
segment = segme...
whole = codistr...
```

Lab 1

```
segment =

    11    12
    13    14
    15    16

P>> whole = codistributed(segment, codistrib

localPart(whole) =

    11    12
    13    14
    15    16
```

Lab 2

```
segment =

    21    22
    23    24
    25    26

P>> whole = codistributed(segment, codistrib

localPart(whole) =

    21    22
    23    24
    25    26
```

Lab 3

```
segment =

    31    32
    33    34
    35    36

P>> whole = codistributed(segment, codistrib

localPart(whole) =

    31    32
    33    34
    35    36
```

Lab 4

```
segment =

    41    42
    43    44
    45    46

P>> whole = codistributed(segment, codistrib

localPart(whole) =

    41    42
    43    44
    45    46
```

P>>