Нижегородский государственный университет им. Н.И.Лобачевского

Факультет Вычислительной математики и кибернетики

Программирование для Intel Xeon Phi

Оптимизация вычислений в задаче матричного умножения. Оптимизация работы с памятью

Сиднев А.А.

Архангельск, 2014

GEMM

- GEneral Matrix Multiplication

$$C = \alpha \cdot A \cdot B + \beta \cdot C$$

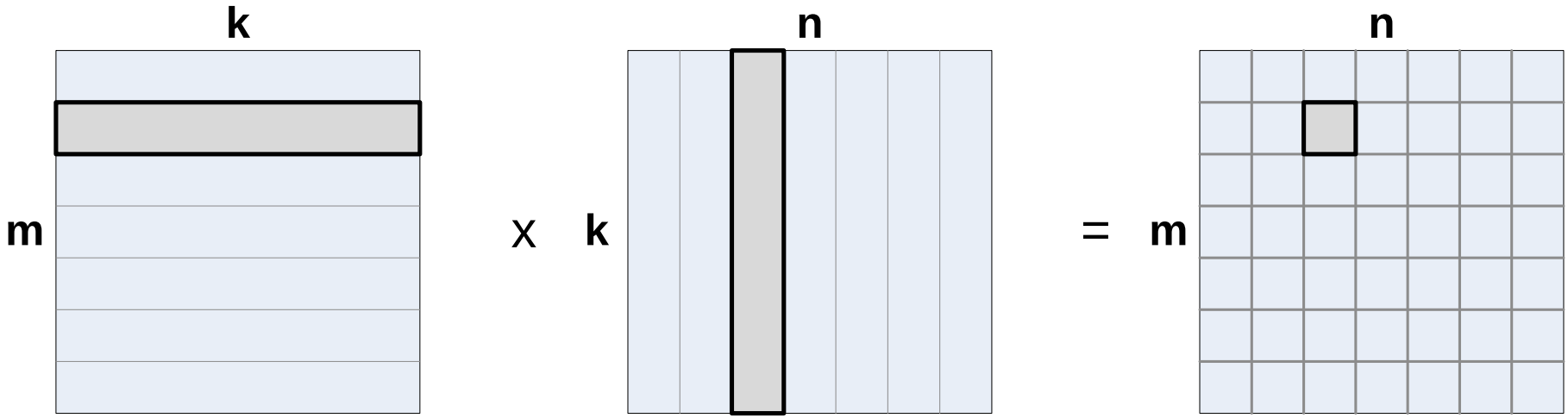
$$\alpha, \beta - \text{скаляры}$$

$$A, B, C - \text{матрицы}$$

$$A \in R^{m \times k} \quad B \in R^{k \times n} \quad C \in R^{m \times n}$$

Умножение матриц

- Основная операция GEMM



- Сложность алгоритма $O(n^3)$

Задача матричного умножения

- Известны последовательные алгоритмы умножения матриц, обладающие меньшей вычислительной сложностью:
  - алгоритм Штрассена $O(n^{2,81})$;
  - алгоритм Копперсмита-Винограда $O(n^{2,376})$;
  - алгоритм Вирджинии Вильямс $O(n^{2,373})$.
- На практике эти алгоритмы применяют редко.
  - Как правило, в оценке сложности присутствует большая константа.
  - Алгоритмы обладают лучшей производительностью только при слишком больших размерах матриц, не помещающихся в оперативную память современных компьютеров.

Эффективность матричного умножения

- Определяется эффективностью использования:
  - кэшей
  - TLB-кэшей
  - векторных команд
  - программной/аппаратной предвыборки данных
- Справедливо как для последовательной, так и параллельной версии

Компиляция и подготовка запуска на Tornado

- Скопировать директорию /tmp/xeonphilabs/lab2 в домашний каталог /home/fpkX/xeonphilabs/lab2

```
cp -R /tmp/xeonphilabs/lab2/ /home/fpk20/xeonphilabs/lab2/
```

- Перейти в каталог

```
cd ~/xeonphilabs/lab2/
```

- Скомпилировать программу под Xeon Phi

```
icc -openmp -mkl -mmic gemm.cpp -o gemm.mic
```

- Загрузить запускающий модуль для Xeon Phi

```
module load launcher/mic
```

Запуск на Tornado

- Установить переменную окружения

```
export
   LD_LIBRARY_PATH=/opt/software/intel/composer_xe_2013.5.192/mk
   l/lib/mic:/opt/software/intel/impi/4.1.0.024/mic/lib:/opt/sof
   tware/intel/composer_xe_2013/lib/mic/:/opt/software/intel/com
   poser_xe_2013.5.192/tbb/lib/mic
```

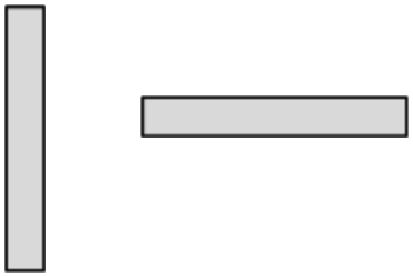
- Запустить программу на Xeon Phi

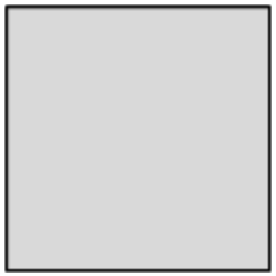
```
sbatch -N 1 --gres=mic:1 --reservation=scc_phi_training
native_run.sh ./gemm
```

Умножение матриц

- Реализация через подматрицы
- Базовые элементы (форма матрицы)

 - Блок (Block)

 - Полоса (Panel)

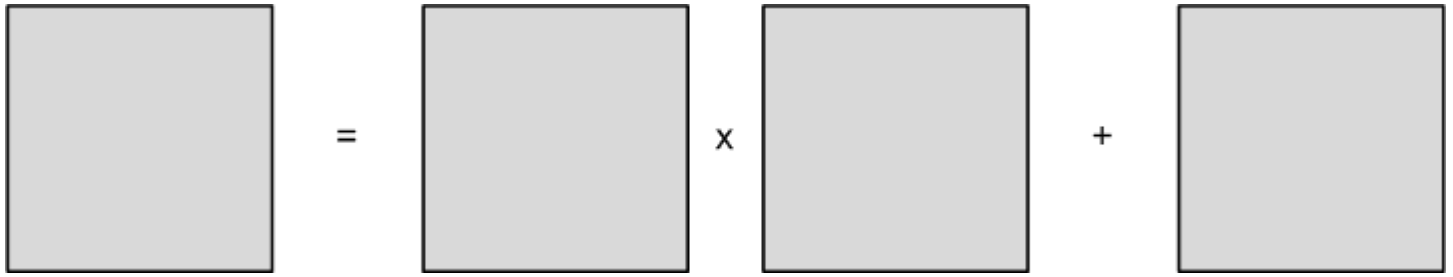
 - Матрица (Matrix)

Варианты умножения матриц

- GEMM
- GEPP
- GEMP
- GEPM
- GEBP
- GEPB
- GEPDOT
- GEBB

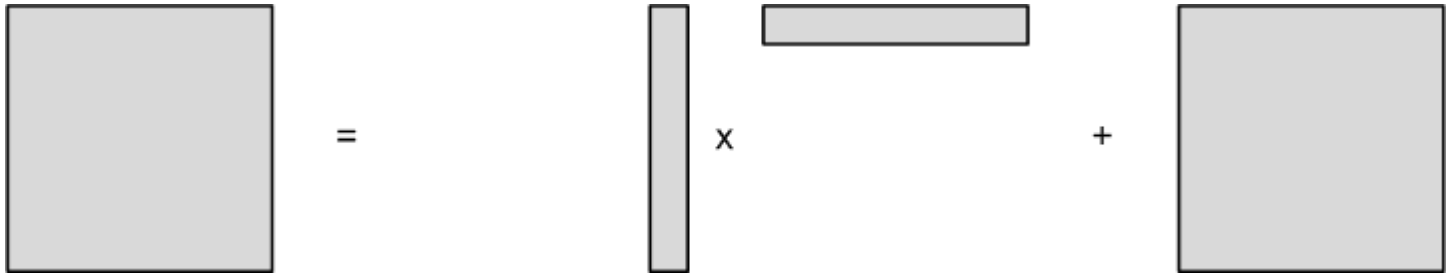
Варианты умножения матриц (GEMM)

- GEMM
- GEPP
- GEMP
- GEPM
- GEBP
- GEPB
- GEPDOT
- GEBB



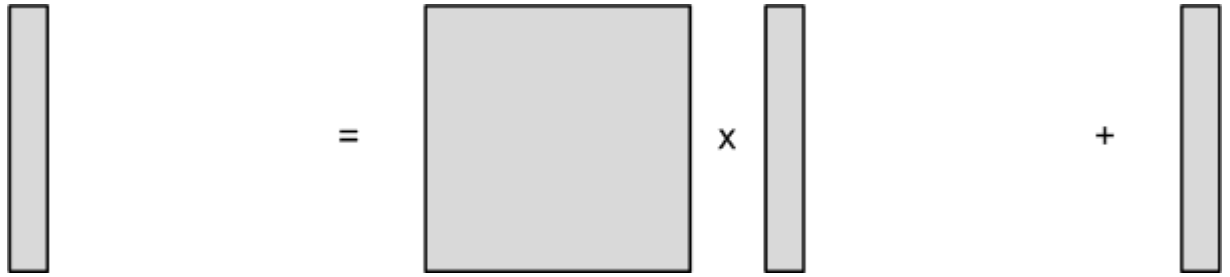
Варианты умножения матриц (GEPP)

- GEMM
- GEPP
- GEMP
- GEPM
- GEBP
- GEPB
- GEPDOT
- GEBB



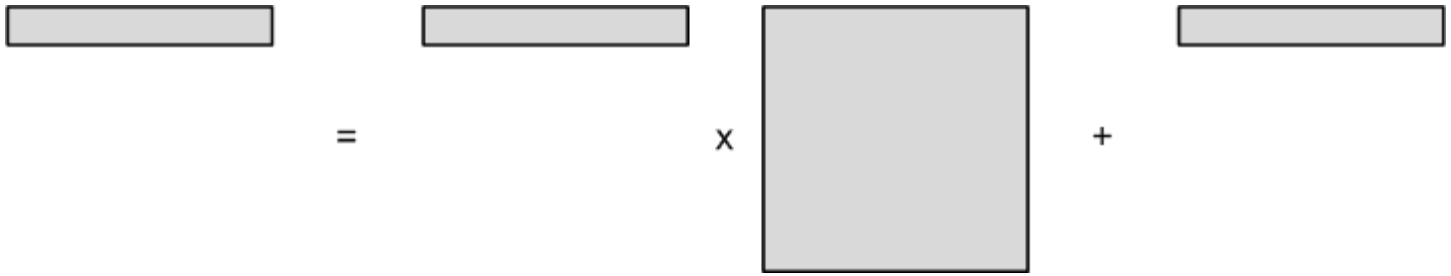
Варианты умножения матриц (GEMP)

- GEMM
- GEPP
- GEMP
- GEPM
- GEBP
- GEPB
- GEPDOT
- GEBB



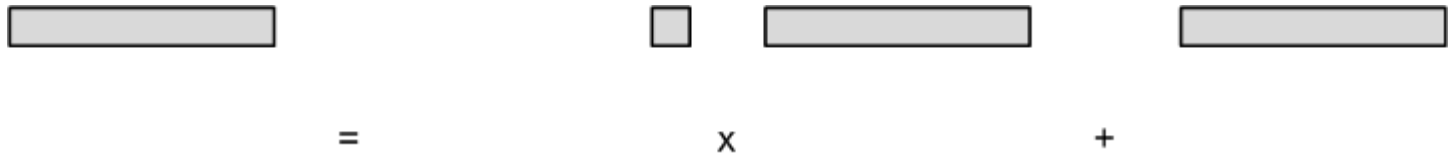
Варианты умножения матриц (GEPM)

- GEMM
- GEPP
- GEMP
- GEPM
- GEBP
- GEPB
- GEPDOT
- GEBB



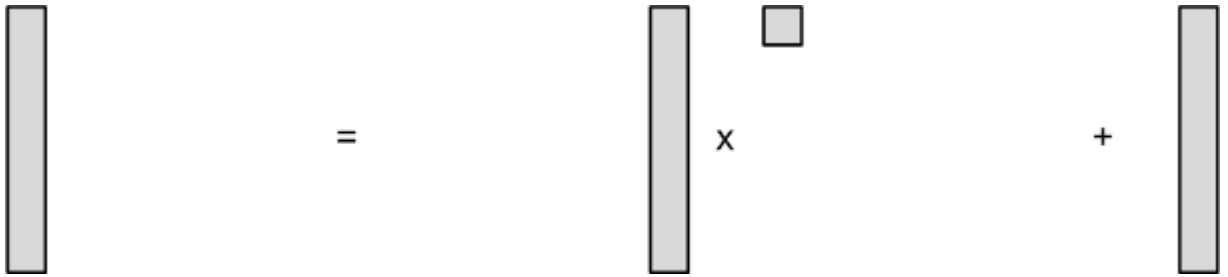
Варианты умножения матриц (GEBP)

- GEMM
- GEPP
- GEMP
- GEPM
- **GEBP**
- GEPB
- GEPDOT
- GEBB



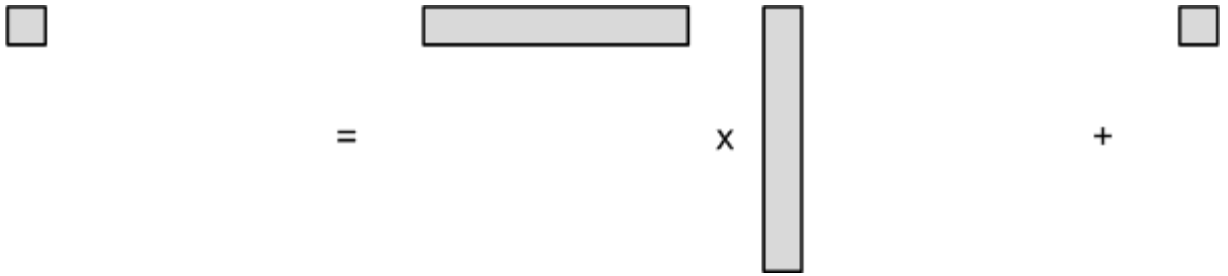
Варианты умножения матриц (GEPB)

- GEMM
- GEPP
- GEMP
- GEPM
- GEBP
- **GEPB**
- GEPDOT
- GEBB



Варианты умножения матриц (GEPDOT)

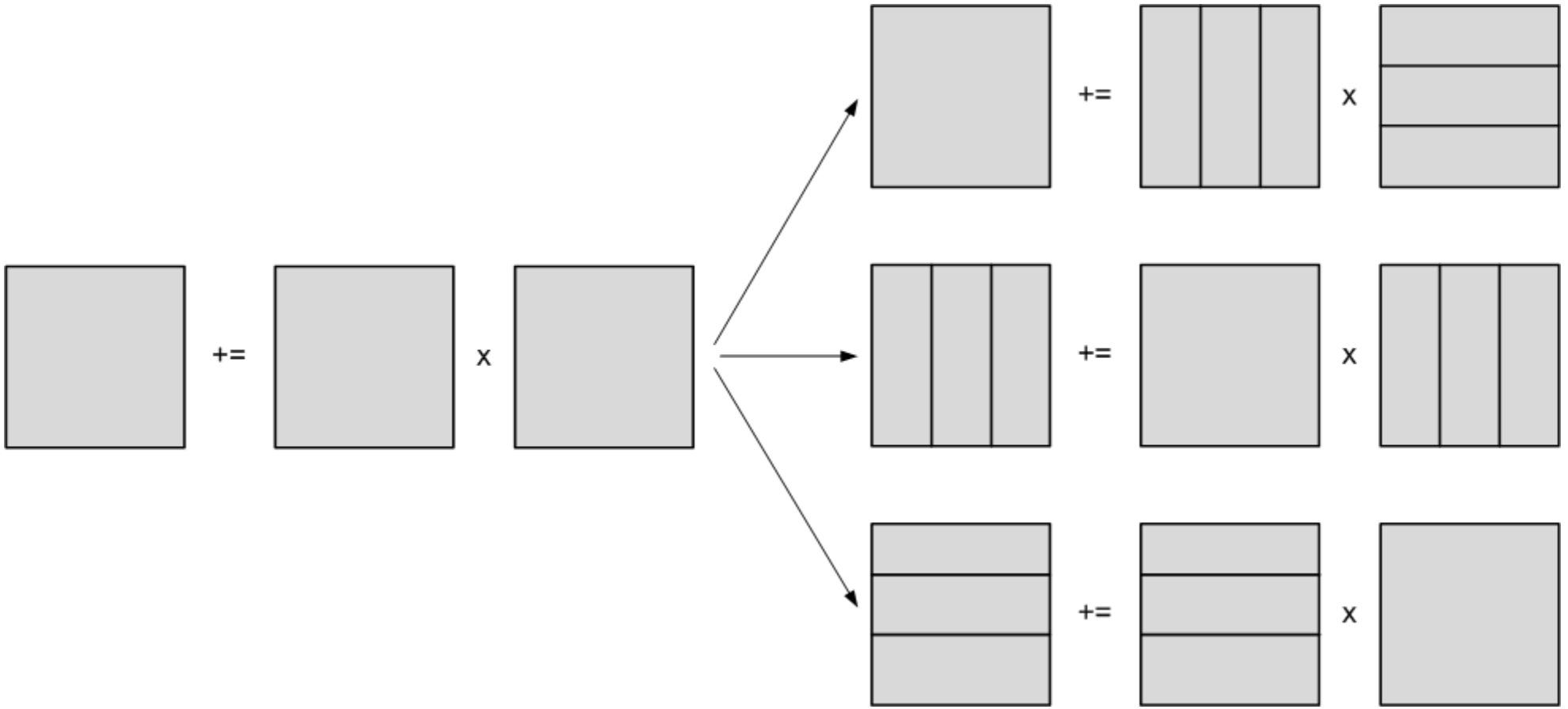
- GEMM
- GEPP
- GEMP
- GEPM
- GEBP
- GEPB
- GEPDOT
- GEBB



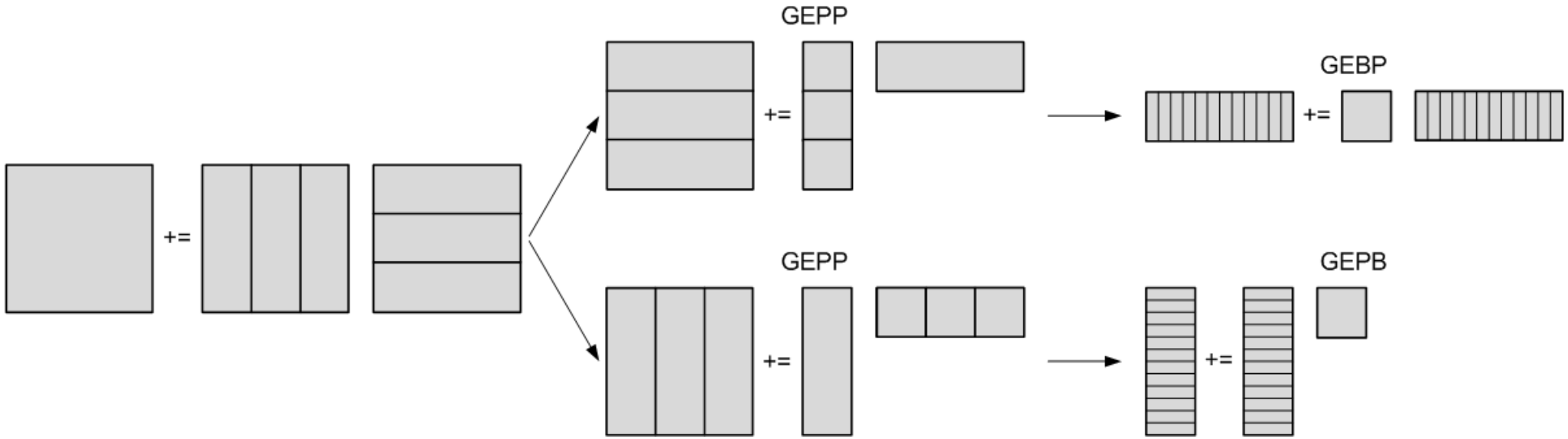
Варианты умножения матриц (GEBB)

- GEMM
- GEPP
- GEMP
- GEPM
- GEBP
- GEPB
- GEPDOT
- GEBB

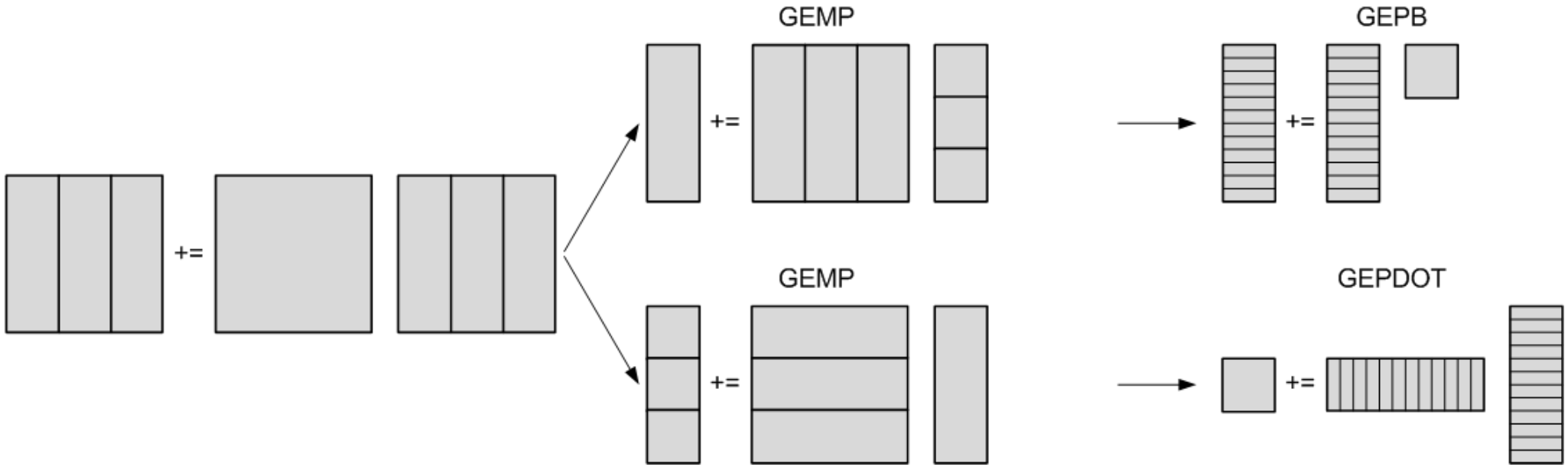
Верхний уровень



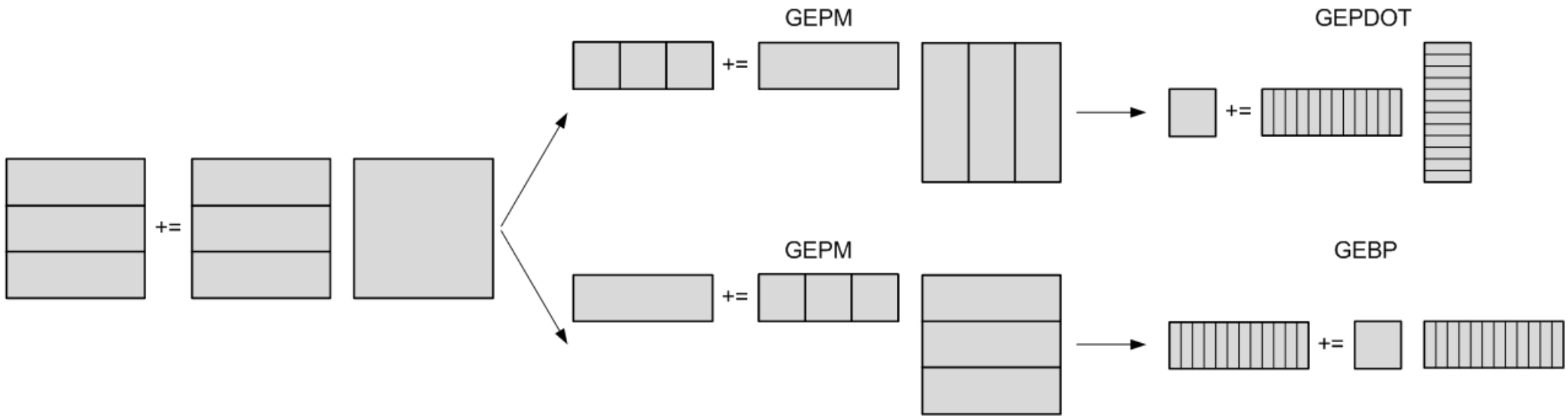
Средний и низкий уровни (1)



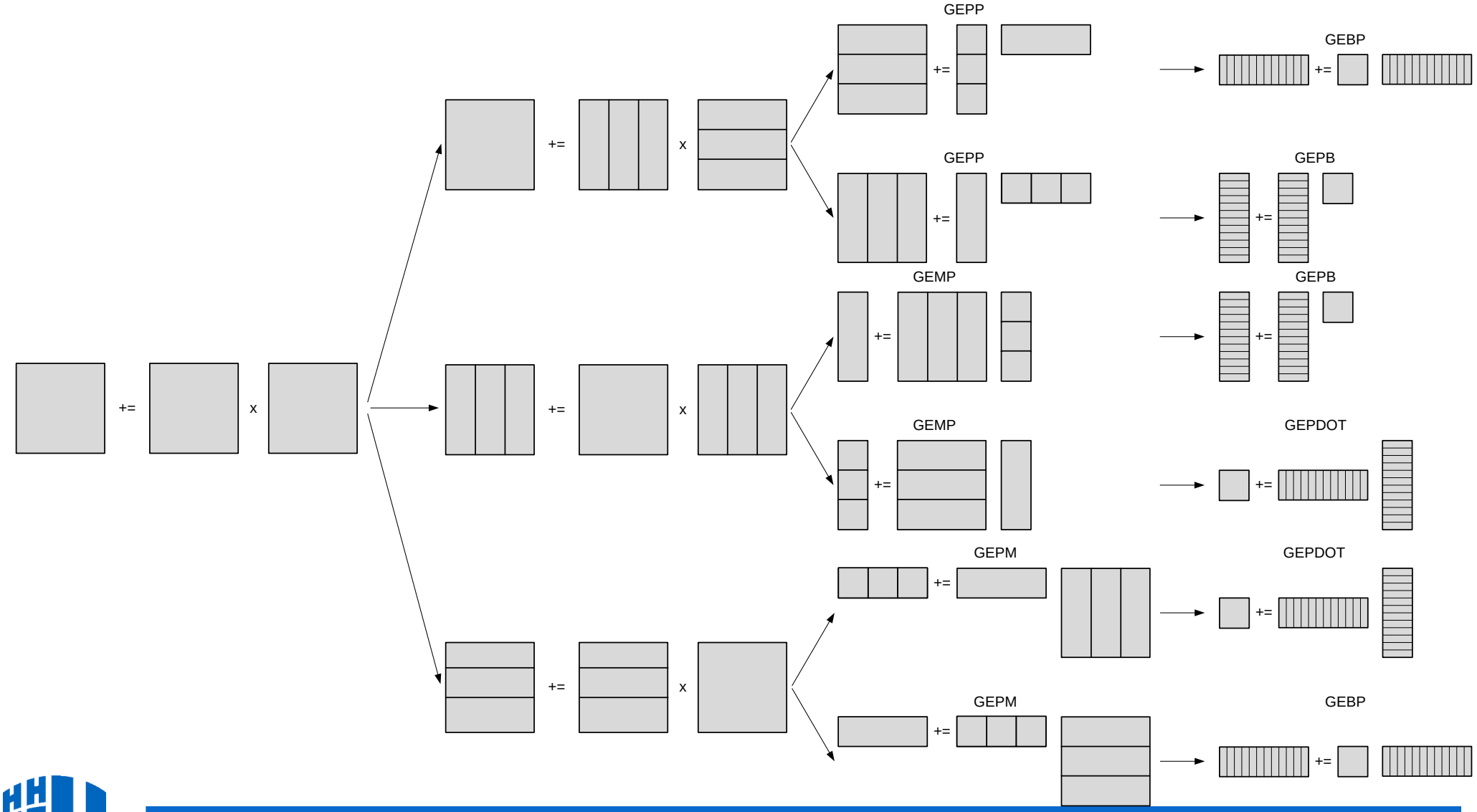
Средний и низкий уровни (2)



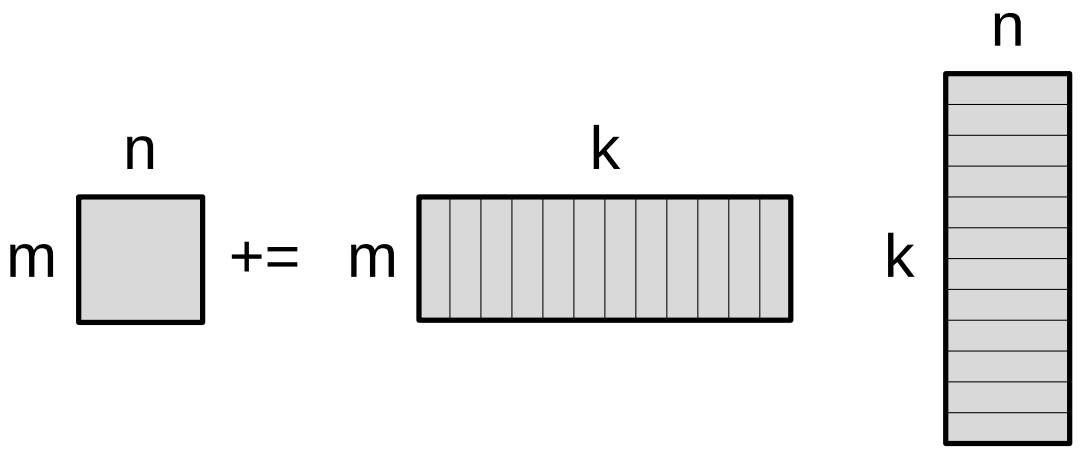
Средний и низкий уровни (3)



Умножение матриц



GEPDOT (1)



- Операций с памятью: $mk + kn + 2mn$
- Вычислительных операций: $2mkn$

GEPDOT (2)

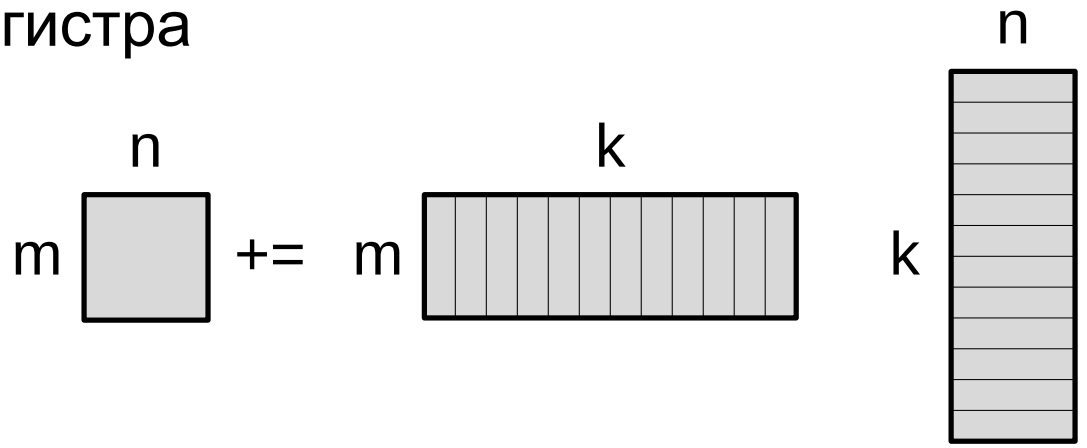
- m << k
- n << k
- Количество вычислений на операцию:

$$\frac{2mkn}{mk + kn + 2mn} \approx \frac{2mn}{m + n} \to max$$

- Максимум достигается при m=n
- Ограничения:
  - Размер кэш-памяти
  - Количество регистров
  - Размер TLB-кэша

GEPDOT на Xeon Phi (1)

- Xeon Phi
  - Размер регистра 512 б
  - 32 векторных регистра



- n=8
  - 8 чисел двойной точности
- m=31
  - 31 регистр для хранения строк матрицы C
  - 1 регистр для хранения строки B

GEPDOT на Xeon Phi (2)

- Xeon Phi
  - Размер L1 = 32 КБ
  - Размер L2 = 512 КБ

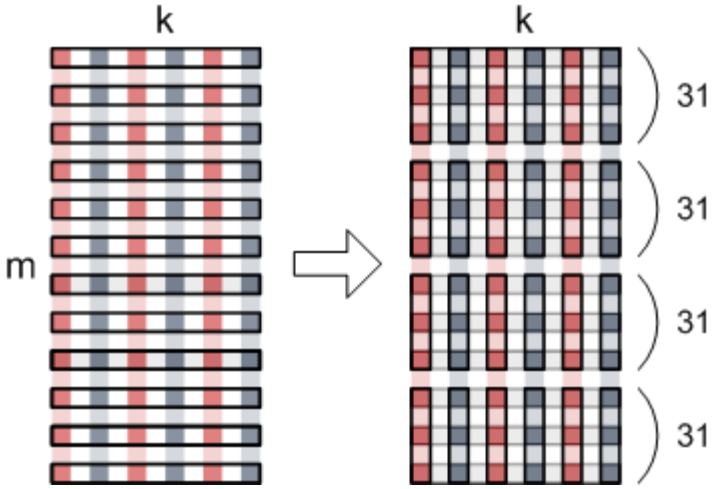
- k=400

$$(400 \cdot 31 + 400 \cdot 8) \cdot 8 \approx 124 \text{ КБ}$$

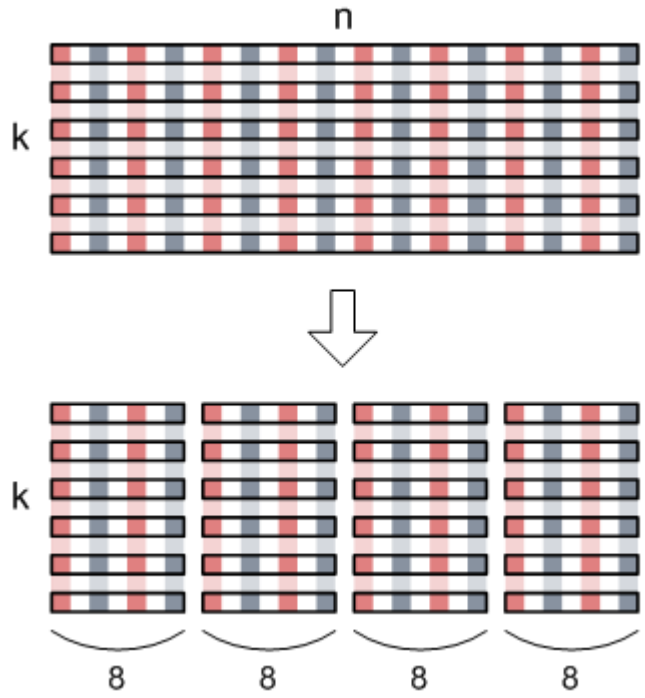
- Упаковка матриц A и B
  - Ограниченный размер кэша TLB
  - Последовательный доступ (проще загружать в регистры)

Упаковка матриц

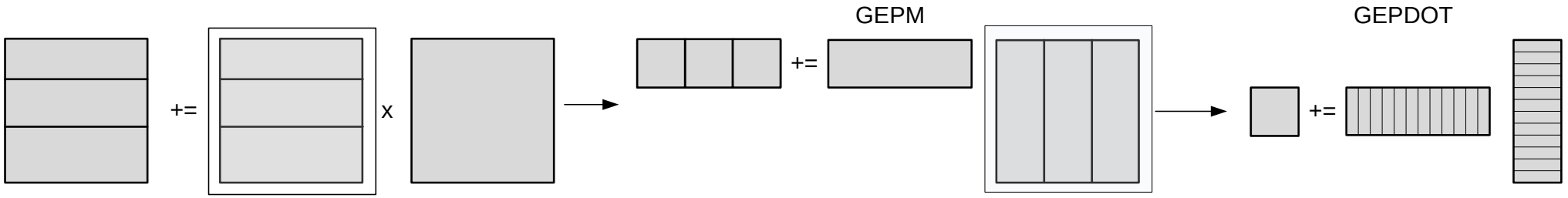
Матрица A

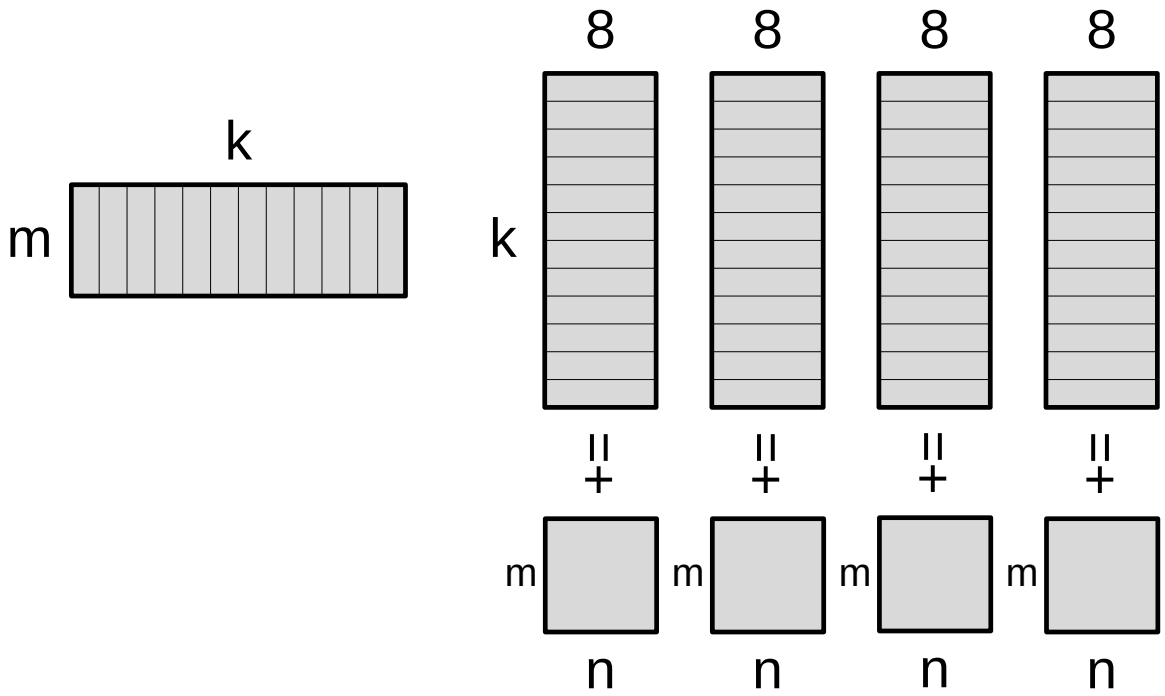


Матрица B

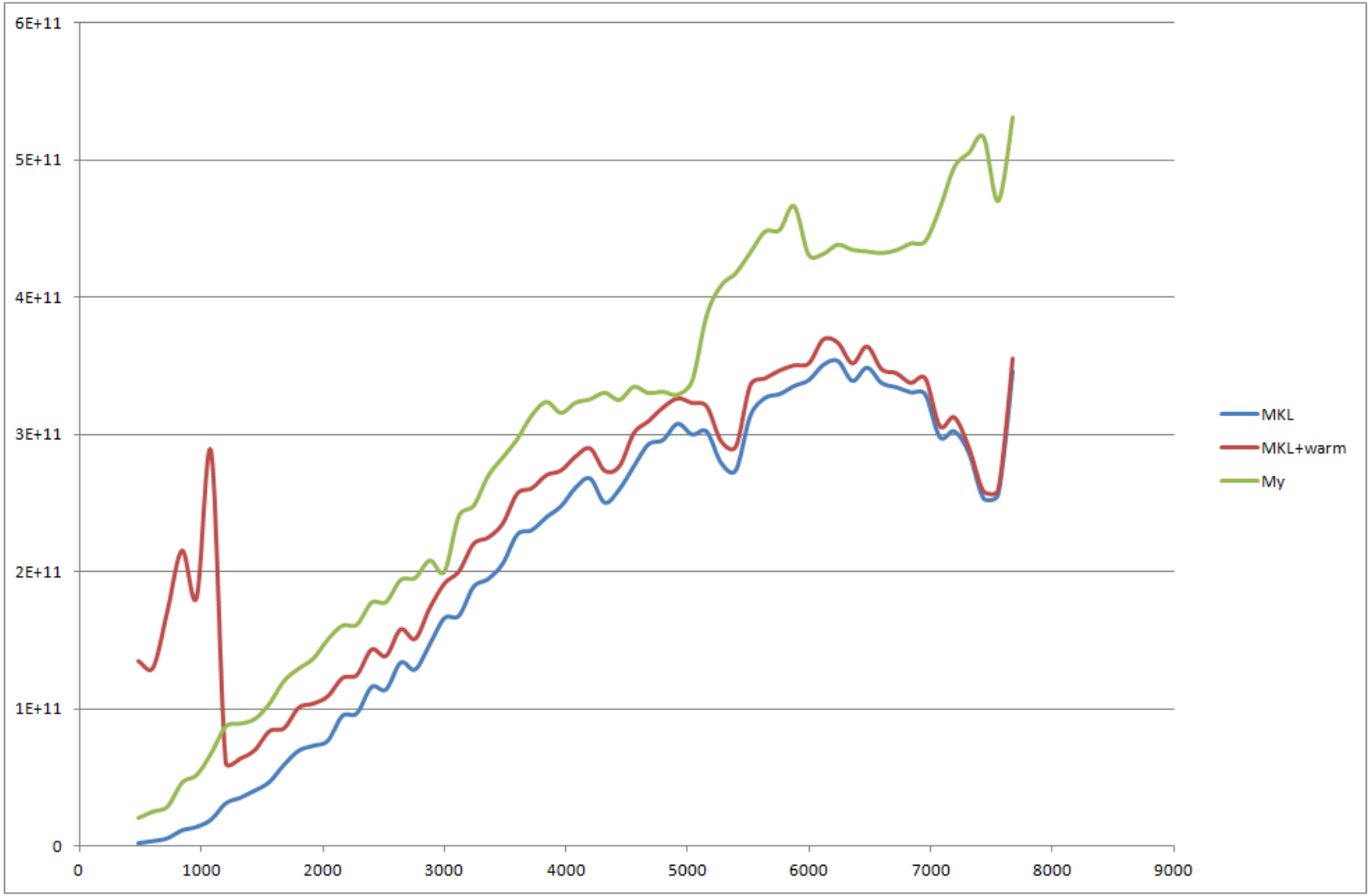


Параллельная реализация





Результаты


6E+11
5E+11
4E+11
3E+11
2E+11
1E+11
0
0
1000
2000
3000
4000
5000
6000
7000
8000
9000
MKL
MKL+warm
My

Литература

1. K. Goto and R. A. v. d. Geijn. Anatomy of highperformance matrix multiplication.ACM Trans. Math.Softw., 34(3):12:1–12:25, May 2008.
2. Design and Implementation of the Linpack Benchmark for Single and Multi-node Systems Based on Intel® Xeon Phi™ Coprocessor. 2013 IEEE 27th International Symposium on Parallel & Distributed Processing.
3. Opportunities for Parallelism in Matrix Multiplication. FLAME Working Note #71. October 23, 2013.

Авторский коллектив

- Сиднев Алексей Александрович,

  ассистент кафедры
  Математического обеспечения ЭВМ факультета ВМК ННГУ

  sidnev@vmk.unn.ru